

Hverskonar veruleika lýsir skammtafræði ?

Ottó Elíasson

Raunvísindadeild Háskóla Íslands

Vefútgáfa: 1. desember 2010

Ágrip – Hér verður reynt að svara því hverskonar veruleika skammtafræði lýsir og jafnframt að varpa ljósi á þau áhrif sem hún hefur haft á þankagang vísindamanna. Raktar verða ráðandi hugmyndir um eðli veruleikans eftir daga Ísaks Newton um löggengi og nauðhyggju sem fylgdu í kjölfar velgengi kenninga hans. Í stuttu máli verður skautað yfir sögu skammtafræðinnar og rætt hvernig hana beri að túlka. Deilan um túlkun skammtafræðinnar kristallast í vangaveltum Bohrs og Einsteins sem er meginsteff í greininni. Skoðanir þeirra lýsa vel ólíkum viðhorfum á sambandi skammtafræði við veruleikann. Ennfremur verður deila þeirra skoðuð í ljósi hugmynda Johns S. Bell og frægrar ójöfnu hans sem virðist gera kleift að skera úr með tilraunum hvort Einstein hafði á réttu að standa.

1. Inngangur

Skammtafræði hefur haft gríðarleg áhrif á þróun samfélagsins síðustu áratugina. Hún lagði m.a. grunninn að allri rafeindatekni og því sem henni fylgir. Skammtafræði er stærðfræðileg kenning um hegðun minnstu efnisagna og er sennilega best prófaða kenning í sögu vísindanna. Hún gerir okkur kleift að öðlast skilning á minnstu byggingareiningum efnis; frumeindum, kjarneindum og jafnvel kvörkum þeirra, sem og öðrum öreindum. Þrátt fyrir velgengni hennar vekur sú veröld sem hún lýsir ætíð furðu þeirra sem hana læra og er hún alræmd fyrir það hversu erfitt er að skilja ákveðna þætti hennar. Haft er eftir Richard P. Feynman (1918–1988), einum færaasta eðlisfræðingi síðustu aldar, að hann teldi víst ábyggilegt að enginn skildi skammtafræði. Vert er að þó taka fram að sem eðlisfræðikenning er hún fyllilega samkvæm kenning, hvað sem öllum túlkunum líður en þær eru öðrum þræði meginefni greinarinnar. Áður en lengra er haldið er happadriúgt að slá nokkra varnagla sem gott er að hafa í huga við lesturinn.

Hér verður tíðrætt um klassíska eðlisfræði og þá iðulega í einhverskonar samburði við skammtafræði. Klassíska eðlisfræði ber hér að skilja tvennum skilningi og ætti að ráðast af samhenginu í hvert skipti við hvað við er átt. Annars vegar er hreinlega átt við sígilda aflfræði Ísaks Newtons (1642–1727), en hins vegar þær greinar eðlisfræðinnar sem voru fullmótaðar undir lok 19. aldar; sígilda aflfræði, rafsegulfræði, kvikfræði o.s.frv., auk takmörkuðu afstæðiskenningar Alberts Einstein (1879–1955). Eiginlega alla eðlisfræði að undanskildri almennu afstæðiskenningunni og auðvitað skammtafræði.

Í greininni er mikið fjallað um heimspekileg viðhorf einstaklinga, sér í lagi þeirra Einsteins og Nielsars Bohr (1885–1962). Slík viðhorf manna sem fást við tiltekið viðfangsefni allt sitt líf, breytast óhjávæmlega með tímanum. Dæmi eru um í greininni að jafnvel merking ákveðinna orða breytist og er lesandi beiðinn um að vera vakandi fyrir því, þó náttúrulega sé reynt eftir fremsta megni að gera því skil á sem skýrastan hátt.

Vissulega mætti tína til ýmislegt fleira um efnið gert verður. Þessi afmörkun ætti þó að gefa þokkalega kynningu á viðfangsefninu, sem er margbrotið. Líta má á heimildaskrána jafnt sem slíka og einnig sem lista yfir itarefni, en æði margt hefur verið skrifað um samband skammtafræði og veruleika síðan kenningin var sett fram um miðjan þriðja áratug 20. aldar. Sérstaklega langar mig að benda á grein Jakobs Yngvasonar (f. 1945), *Skammtafræði og veruleiki* sem er góð úttekt á íslensku og hentar að minnsta kosti þeim sem læsir eru á einfalda stærðfræði. Greinina má finna í heimildaskránni. Þá er rétt að taka fram að þýðingar tilvitnanna eru mínar, nema annað sé tekið fram.

2. Eðlisfræði um og upp úr aldamótum 1900

Aflfræði Ísaks Newton hafði mikil áhrif á hugmyndir manna um eðli náttúrunnar. Nú réðu gangi hennar fastmótuð náttúrulegumál jafnt á jörðu sem á himni. Með þeim mátti skýra nánast öll þau náttúrufrýrbæri sem vafist höfðu fyrir mönnum fram að þeim tíma. Kenningin leysti gátur um sjávarföllin, gang himintunglanna og pendúlsveiflur og svo mætti lengi telja. Hún kom reglu á heiminn og varð fyrirmynd annarra

vísindakenninga. Þar sem áður ríkti ringulreið réðu nú nokkrar einfaldar hugmyndir.¹

Heimur sem hlítir lögmálum Newtons er nauðgengur. Kenningin segir fullkomlega fyrir um hreyfingu viðfanga sinna. Allt er ákvarðað, ekkert er tilviljun og það sem hendir, hendir af nauðsyn. Þessi hugmynd hafði mikil áhrif á samtíðarmenn Newtons og þá sem á eftir komu. Hugmyndin kristallast í orðum Frakkans Pierre Simons de Laplace (1749–1827):

Við getum litið á núverandi ástand alheimsins sem afleiðingu af fyrra ástandi hans og orsök þess ástands sem á eftir kemur. Andi sem þekkti á tilteknu andartaki alla krafta sem knýja náttúruna og stað hlutanna sem hún er gerð úr, hvers um sig, og væri einnig nógu stór til að vinna úr þessum gögnum með greiningu, gæti náð í einni og sömu formúlu bæði yfir hreyfingar stærstu hluta alheimsins og hins smæsta atóms: Ekkert væri hulið óvissu fyrir þessum anda, og bæði framtíð og fortíð stæðu honum fyrir hugskotssjónum.²

Þessi andi er nefndur í höfuðið á skapara sínum og er kallaður andi Laplace. Hann vitnar um orsakabundinn og nauðgengan alheim. Milli orsakavensla og nauðgengis ber að greina, þó hugtökin eigi sitthvað samenglegt.

Flleira einkennir klassíska eðlisfræði og þá heimsýn sem hún boðar. Allt gerist í algildu rúmi á algildum tíma. Til er algilt kerfi sem allt má miða út frá. Tíminn og rúmið eru óháð því sem hendir í heiminum og þeim lögmálum sem þar gilda. Þau eru einskona-leiksvið eðlisfræðinnar. Allir hlutir í tíma og rúmi eiga sér tilvist sem er óháð öðrum hlutum. Þeir eru aðgreinanlegir og því teljanlegir. Öll eðlisfræðileg ferli verða á leiksviði rúms og tíma. Kerfi sem þróast úr upphafsástandi yfir í lokaástand, þarf að fara gegnum millistig og þau óendanlega mörg. Heimurinn er samfelldur. Heimurinn er ennfremur lokað kerfi og heildarorka þess er varðveitt. Hún getur ekki eyðst né orðið til, einungis breytt ástandi sínu.³

Undir lok 19. aldar höfðu greinar eins og sígild eðlisfræði, rafsegulfræði, kvikfræði, efnafræði, og svo mætti lengi telja, hér um bil náð þeirri mynd sem við þekkjum í dag. Þessum greinum hafði verið beitt til úrlausnar ýmiskonar vandamála og árangurinn var gríðarlegur. Margir töldu að eðlisfræðin sem vísindagrein væri komin á einskona endastöð.

Eftirfarandi klausa frá Albert Abraham Michelson (1852–1931) vitnar um þetta viðhorf.

Þó aldrei sé öruggt að fullyrða um hvort raunvísindi framtíðarinnar geymi undur og stórmerki, jafnvel meiri en þau sem við þekkjum nú, verður að teljast sennilegt að drýgstur hluti kenninga heimsins liggja þegar ljós fyrir [...] Virtur eðlisfræðingur lét hafa eftir sér að raunvísindi framtíðar væru fólgin í sjötta aukastaf.⁴

Ekki er víst hver þessi virti eðlisfræðingur er sem Michelson vitnar til, en líkur má leiða að því að hér hafi hann brætt saman ummæli Kelvins lávarðar (1824–1907) og James Clerks Maxwell (1831–1879) um stöðu eðlisfræðinnar.⁵ Vísindamenn töldu að framtíðin lægi í tilraunavísindum og þróun þeirra ylti á tæknilegri þróun mælitækja. Í skilningi Thomasar Samuels Kuhn (1922–1996) má segja að viðtak (e. *paradigm*) vísindanna um 1890 væri hið hinna viðtak. Eftir væri aðeins starfi hefðarvísindamanna sem fengjust við þrautalausnir (e. *puzzle solving*). Byltingum innan raunvísinda væri lokið.

Í framhaldinu er ástæða til að fara nokkrum orðum um eðli mælinga í klassískri eðlisfræði. Setjum sem svo að klassískur mælingamaður vilji mæla hitastig vatns í baðkeri. Vissulega getur hitamælirinn haft áhrif á mælinguna, sér í lagi ef mikill munur er á hitastigi mælisins og vatnsins í baðkerinu. Ef mælirinn er kaldari en vatnið er til að mynda hætt við að mældur hiti reynist aðeins lægri en raunverulegt hitastig vatnsins því mælirinn kælir vatnið næst honum. Það má bæta með því að koma vatninu á hreyfingu en þá er hætta á aukinni uppgufun svo vatnið gæti tapað varma og hitastigið lækkar enn frekar. Mælingamaðurinn lætur þessi atriði sig þó litlu skipta. Kannski nægir honum þessi nákvæmni til mælinga. Ef ekki, getur hann komið hlutunum þannig fyrir að mælirinn hafi minni áhrif á hitastig vatnsins í baðkerinu, t.d. með því að hita mælinn fyrir mælingu. Hann getur lágmarkað áhrif mælitækja sinna. Strangklassískur mælingamaður hugsar sér að áhrif þeirra geti verið *hversu lítil sem vera skal*.⁶ Hann getur staðið utan þess kerfis sem hann vill mæla og það verður fyrir engum áhrifum frá mælingum hans. Mælingamaðurinn er óháður viðfangi sínu. Óháður náttúrunni.

Ekki liðu nema öfá orð frá ummælum Michelsons þar til að hugmyndum hans og fjölmargra samtímamanna, var kollvarpað. Þegar voru komin fram frávik sem áttu eftir að valda krepplu og leiða til tveggja

¹ Þorsteinn Vilhjálmsson (1987), bls. 289 til 293.

² Laplace (2006), bls. 391. Íslenska þýðingu má finna í Þorsteinn Vilhjálmsson (1987), bls. 292.

³ Faye (2008), 2. kafli.

⁴ Lagemann (1959).

⁵ Lagemann (1959).

⁶ Folse (1985), bls. 134.

stórra byltinga í eðlisfræði. Árið 1905 setti Albert Einstein fram takmörkuðu afstæðiskenninguna og 11 árum seinna þá almennu. Sú síðarnefnda fæst við eðlisfræði alheimsins á stórum kvarða—eðli þyngdarinnar. Einstein kom einnig að mótun hinnar byltingarkenningarinnar, skammtafræði.

Sögu skammtafræðinnar sjálfur má rekja aftur til ársins 1900. Þá setti Max Planck (1858–1947) fram kenningu um svarthlutargeislun (e. *blackbody radiation*), rafsegulgeislun frá svokölluðum svarthlutum. Hann gerði ráð fyrir því að í sveiflum svart-hlutarins byggji orka sem væri skömmtuð og að orka skammtanna væri í réttu hlutfalli við tíðni sveiflanna. Skömmtun af þessu tagi var nýmæli í eðlisfræði, en með þessu leysti hann gátu sem lengi hafði valdið heilabrotum. Árið 1905 nýtti Einstein sér að hluta niðurstöður Plancks og setti fram kenningu um ljósröf-un, að ljóseindir geti rafað atóm. Orka ljóssins var skömmtuð og í réttu hlutfalli við tíðni þess. Ef E_γ er orka ljóseindarinnar, ν tíðni hennar og h er hinn svokallaði Plancksfasti,⁷ gildir að

$$E_\gamma = h\nu.$$

Á þessum árum voru hugmyndir manna um atómin að skýrast. Árið 1911 sýndi Ernst Rutherford fram á að atóm hefðu þungan kjarna og að umhverfis hann sveimuðu rafeindir. Þessar nýju niðurstöður var ómögulegt að skýra með aflfræði Newtons og rafsegulfræði Maxwells. Samkvæmt þeim kenningum ættu rafeindirnar að geisla frá sér orku sinni og hrynja inn í kjarnann. Slíkt var augljóslega ekki raunin. Þennan vanda leysti danski eðlisfræðingurinn Niels Bohr árið 1913. Hann gerði ráð fyrir því að hverfiþungi rafeindanna væri skammtaður, rétt eins og orka ljóseinda Einsteins var skömmtuð, og fékk þannig að þær hringsóluðu á fastákveðnum brautum umhverfis kjarna atómsins.⁸

Eftir það gerðust hlutirnir hratt. Árið 1923 setti Louis de Broglie (1892–1987) fram þá kenningu að efni hegðaði sér á stundum eins og bylgjur en stundum eins og agnir. Þannig mætti tileinka hverri efnisögn bylgjulengd og tíðni, rétt eins og ljóseindum. Tveimur árum seinna setti Wolfgang Ernst Pauli (1900–1958) fram einsetulögmál sitt, sem við hann er kennt. Lögmálið kveður á um að tvær fermíeindir (t.d. rafeindir) geti ekki verið í sama skammta-ástandi. Þá kom Werner Heisenberg (1901–1976) fram með fyrstu heildarkenninguna um skammtafræði sem byggði á fylkjareikningum. Í byrjun árs 1926 setti Erwin Schrödinger (1887–1961) hlutina í annað

samhengi. Með það að augnamiði að finna jöfnu sem lýsti agnabylgjum de Broglie leiddi hann út bylgjujöfnu sem lýsti sömu eðlisfræði og fylkjareikningur Heisenbergs. Sjálfur sýndi Schrödinger fram á jafngildi þessara kenninga nokkru síðar. Á árunum sem fylgdu í kjölfarið jókst vegur skammtafræði til muna. Í grein frá 1927 kynnti Paul Ehrenfest (1880–1933) að skammtafræði gæfi að meðaltali sömu niðurstöður og sígild aflfræði. Þetta var samhljóða samsvörunarlögmáli Bohrs (e. *correspondence principle*) sem kveður á um að niðurstöður skammtafræðinnar yrðu að eiga samsvörun í eldri kenningum. Þar sem þær höfðu staðið sig vel, skyldi skammtafræði skila sömu niðurstöðum. Heisenberg leiddi út óvissulögmálið sem við hann er kennt árið 1927 og þá komu einnig fram vísbendingar um bylgjueiginleika rafeinda fram í tilraunum. Sífellt fleiri fyrirbæri í heimi frumeinda mátti nú skýra með hjálp skammtafræði.⁹

3. Túlkun skammtafræði

Til að búa lesandann undir komandi kafla er rétt að fara nokkrum orðum um skammtafræði. Yfirreiðin verður knöpp og því er best að taka dæmi. Hugsum okkur eind. Það skiptir ekki máli hvaða eind, lesandi má velja sér sína eftirlætiseind. Ég ætla að velja mér rafeind. Á máli skammtafræðinnar má gera grein fyrir ástandi rafeindarinnar með svokölluðu bylgjufalli, iðulega táknað með Ψ . Fallið Ψ geymir þó aðeins upplýsingar um líkindi á ákveðnum eiginleikum eindarinnar. Við getum til að mynda aðeins sagt til um líkurnar á því að ögnin sé staðsett á ákveðnu svæði í rúminu. Til að vita nákvæmlega hvar hún er staðsett þurfum við að mæla staðsetningu eindarinnar. Á sama hátt getum við einungis sagt til um líkindi þess að skriðþungi agnarinnar hafi tiltekið gildi. Til að vita nákvæmlega hver skriðþunginn er, þurfum við að framkvæma mælingu á þeim eiginleika eindarinnar.

Þessar mælingar á staðsetningu eindar og skriðþunga er ekki unnt að framkvæma samtímis. Staðsetning og skriðþungi eindar í skammtafræði eru dæmi um *ósammælanlegar* (e. *incommensurable*) stærðir. Þær hlíta óvissulögmáli Heisenbergs, einni afleiðingu frumforsenda skammtafræðinnar,

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

Hér stendur Δx fyrir óvissu í staðsetningu eindarinnar og Δp fyrir óvissu í skriðþunga hennar. Margfeldi þessara stærða getur aldrei orðið minna en ákveðin stærð $\hbar/2$.¹⁰ Aukin vissa um aðra stærðina dregur því

⁷ Plancksfastinn hefur gildið $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Js.

⁸ Þorsteinn Vilhjálmsson (2009).

⁹ Þorsteinn Vilhjálmsson (2009) og Ehrenfest (1927).

¹⁰ $\hbar = h/2\pi$, h er fasti Plancks.

óhjákvæmilega úr þekkingu á hinni stærðinni og öfugt. Þegar við mælum staðsetningu agnarinnar fáum við fulla vissu um gildi þeirrar stærðar, við þekkjum staðsetninguna þannig að líkindin eru einn og óvissan $\Delta x \rightarrow 0$. Samkvæmt óvissulögmáli Heisenbergs töpum við á augnabliki mælingar öllum upplýsingum um skriðþunga agnarinnar p . Óvissulögmálið virðist því takmarka hvað við getum vitað nú og því um alla framtíð.

Þessi undarlega niðurstaða skammtafræðinnar var að vissu leyti nýmæli í eðlisfræði. Hugtök eins og staðsetning og skriðþungi ollu engum vandkvæðum í klassískri eðlisfræði. Þá töldu menn sig geta mælt þær stærðir með eins mikilli nákvæmni og þeir vildu. Jöfnur sígildar aflfræði gáfu einhlíta niðurstöðu. Ef við framkvæmum mælingar á eind getum við reiknað stöðu hennar og skriðþunga um alla framtíð. Kenningin er nauðgeng líkt og andi Laplace lýsir best. Líkindaeðli skammtafræðinnar er þó ekki einsdæmi í sögu eðlisfræðikenninga. Kvikfræði og safneðlisfræði er lýst með líkindafræði. Þær skýra t.d. hita sem hreyfingu agnanna í loftinu. Þeim mun hraðar sem agnirnar hreyfast því heitari er loftið. Hraða agna á skýi með ákveðið hitastig má lýsa með líkingadreifingu. Við getum ákvarðað útfra hitanum hve stór hluti agnanna hefur svo og svo mikinn hraða. Kenningin er samt sem áður nauðgeng í sama skilningi og sígild aflfræði, því hún gerir ráð fyrir því að sérhver ögn í skýinu hafi tiltekna staðsetningu, hraða og stefnu. Það veðist ekki fyrir anda Laplace að reikna út ástand hverrar agnar á hverjum tíma og þannig hitastig skýsins ef svo bæri undir. En agnir í skammtafræði virðast gegna öðrum lögmálum. Sú víska sem einkenni aflfræði Newtons er glötuð.

Þar má draga til ábyrgðar óvissulögmálið. Það greinir skammtafræði frá öðrum eðlisfræðikenningum. Athugum þó að lögmálið er afleiðing af frumsendum skammtafræðinnar og því ekki nauðsynlegt sem slíkt. Á hinn bóginn lýsir það einkar vel torkennilegum eiginleikum skammtafræðinnar. Það hvernig túlka megi óvissulögmálið gefur því góða hugmynd um hvernig túlka megi skammtafræði. En hvernig skal túlka óvissulögmálið? Má ekki ætla að rafeindin okkar hafi staðsetningu og skriðþunga, rétt eins og eindir í kvikfræði og safneðlisfræði, þó okkur sé fyrirmunað að mæla þessa eiginleika hennar samtímis? Þessari spurningu er ekki auðsvarað. Svörin eru helst af tvennum toga og þau gagnast vel til útskýra afstöðu tveggja andans jöfra í eðlisfræði 20. aldar til skammtafræði, þeirra Nielsar Bohr og Alberts Einstein. Á öldinni sem leið deildu þeir hart um eðli skammtafræðinnar og það hvort hún gæfi tæmandi (e. *complete*) lýsingu á veruleikanum. Rökræður þeirra

verða raktar í grófum dráttum í næsta kafla en hugum nú að rafeindinni og skoðum þessara herramanna á óvissulögmálinu.

Afstaða Einsteins var skýr. Auðvitað hefur rafeindin staðsetningu og skriðþunga allan tímann, þrátt fyrir að það komi ekki fram í mælingum. Tunglið hverfur ekki af himninum þó enginn horfi á það! Skammtafræði er einfaldlega ekki nógu öflug kenning til að gera nákvæma grein fyrir stöðu agnarinnar og skriðþunga á hverjum tíma. Til að gera fyllilega grein fyrir þessum stærðum þurfum við svokallaðar *huldu-breytur* (e. *hidden variables*).¹¹ Þær eru *huldubreytur* því náttúra þeirra er okkur hulin og því er ómögulegt að segja fyrir um þau áhrif sem þær hafa á eindina. Þau birtast okkur bara við mælingar. Sumir vilja vegna þessarar afstöðu Einsteins til skammtafræðinnar eigna honum viðhorf nauðhyggjumanns. Sjálfur hefði hann sennilega andmælt því, líkt og eftirfarandi tilvitnun ber vitni um. Hún er upp úr bréfi Wolfgangs Pauli (1900–1958) til Max Born (1882–1970) frá árinu 1954. Þar reynir Pauli að hjálpa Einstein í rökræðum við Born sem átti í erfiðleikum með að skilja afstöðu Einsteins til skammtafræðinnar.

[...] ég gat hvergi séð Einstein þegar þú ræddir hann í bréfinu þínu, né heldur í handritinu. Mér virtist sem þú hefðir búið þér til þína eigin útgáfu af honum, sem þú slóst svo harkalega í gólfíð. Sér í lagi álitur Einstein hugmyndina um nauðhyggju ekki jafn nauðsynlega og jafnan er talið (hann hefur oft lagt á það ríka áherslu við mig) [...] hann dregur í efa að hann noti spurninguna: „Er hún fyllilega nauðgeng?“ sem prófstein á lögmæti kenningar.¹²

Bohr og Heisenberg eru iðulega nefndir höfundar hinnar svokölluðu Kaupmannahafnartúlkunar á skammtafræði. Grundvallarhugmyndir í Kaupmannahafnartúlkuninni eru fráhrarfrá nauðhyggju klassískrar eðlisfræði, samsvörunarlögmál Bohrs, líkindatúlkun Born á bylgyfallinu Ψ og fyllingarlögmál Bohrs (e. *complementarity principle*). Oft gætir þó misskilnings þegar kemur að frekari umræðu um hugmyndir Bohrs annars vegar og Heisenbergs hins vegar, enda er talsverður munur á afstöðu þeirra til þess hvernig túlka beri ákveðna þætti skammtafræði.¹³ Gott dæmi um þetta er túlkun þeirra á óvissulögmálinu.

¹¹ Ég tel að EPR-greinin vitni til um þetta viðhorf hans þó hvergi séu nefndar *huldubreytur* berum orðum, Einstein et al. (1935).

¹² Tilvitnunina má finna í Bell (1981).

¹³ Faye (2008), Inngangur.

Heisenberg virðist í skrifum sínum oft álíta sem svo að óvissan komi til vegna þess að mælitækið *truffi* ástand viðfangsins á ófyrirséðan hátt. Mælitækið víxlverkar beint við ögnina en við getum ekki sagt til um eðli eða afleiðingar þessarar víxlverkunar. Samkvæmt þessari túlkun hljótum við að gera ráð fyrir því að öll eðlisfræðileg kerfi, líka þau skammtafræðilegu sem við viljum lýsa, séu á hverjum tíma í vel skilgreindu ástandi. Þessi túlkun er greinilega undir áhrifum hugmynda klassískrar eðlisfræði um ástand kerfa. Óvissulögmálið er því ekki óvissulögmál nema í þeim skilningi að mælitækin setja okkur skorður. Ef við gætum framkvæmt mælingar á annan hátt en við gerum vanalega, þannig að komast megi hjá því að trufla ástand eindarinnar eins og hendir óhjákvæmilega við mælingu, þá væri ekkert óvissulögmál. Þrátt fyrir þetta minnst Heisenberg stundum á að vegna þessara erfiðleika sem koma upp við mælingar er klassískur skilningur hugtaka á borð við *staðsetning* og *hræði* merkingarlaus í skammtafræðilegu sambengi.¹⁴

Þessi skilningur á óvissulögmálinu hefur stundum ranglega verið eignaður Bohr, enda væri hann hluti af Kaupmannahafnartúlkuninni. Þetta er ekki rétt. Afstaða Bohrs til óvissulögmálsins byggir vissulega á víxlverkun mælitækis og viðfangs en hún er af öðrum toga en afstaða Heisenbergs. Henry J. Folse (f. 1945) dregur afstöðu hans saman:

Túlkun Bohrs er sú að þau takmörk sem óvissulögmálið setur eru takmörk á notagildi hugtaka sem við notum þegar við lýsum fyrirbærum. Þessi takmörkun ræðst ekki eingöngu af eðli þessara hugtaka, heldur leiðir hún af því þegar náttúrunni er lýst með skömmtunarsetningunni.¹⁵

Hér vísar skömmtunarsetningin (e. *quantum postulate*) til þeirrar reglu að færslur milli orkustiga innan atóma, eru strjálar og henda á þann hátt að okkur er fyrrmunað að rannsaka þær nánar, enda verður í það minnsta einn skammtur að berast milli mælitækis og viðfangs.¹⁶ Þessi setning er vanalega eignuð Bohr og leikur hún lykilhlutverk í fyllingarlögmáli hans, sem verður útlistað. Að viti Bohrs hefur það enga merkingu að ræða niðurstöðu mælingar nema í sambengi við mælitækið, það er órjúfanlegur hluti af eðlisfræðinni. Þetta er þveröfugt við ríkjandi hugmyndir í sígildri affræði, þar sem mælitækin eru allsendis óháð viðfangi sínu. Þegar við lýsum víxlverkun rafeindar

við mælitæki sem metur t.d. staðsetningu hennar gerum við það með tilliti til þess sem við sjáum, þ.e. áhrifum rafeindarinnar á stórsæ fyrirbæri. Þar með er ekki sagt að það sem við sjáum gefi glögga mynd af veruleika rafeindinnar. Við notum stórsæ hugtök til að lýsa smásæjum fyrirbærum, svo þau orð sem við notum, eins og *agnir* eða *bylgjur*, eiga ekki endilega við viðfangið sem slíkt, en við erum nauðsynlega bundin þessum hugtökum.¹⁷ Að lýsa veruleika rafeindar með klassískum hugtökum má líkja við tilraun manns sem sér í fyrsta skipti nashyrning, til að lýsa honum fyrir félaga sínum. Hann segir skepnuna eins og blöndu af einhyrningi og dreka. Hvorki einhyrningar né drekar eru raunveruleg fyrirbæri, rétt eins og *agnir* eða *bylgjur* lýsa ekki fyllilega raunverulegum smásæjum fyrirbærum eins og rafeindum eða róteindum. Þetta ber þó ekki að skilja sem svo að Bohr hafi efast um tilvist frumeinda, þó hann hafi túlkað spor þeirra á þann hátt sem lýst var. Þvert á móti taldi hann róteindir og rafeindir raunveruleg fyrirbæri. Hann var hluthyggjumaður (e. *realist*) um eigindir náttúrunnar.¹⁸ Ég hugsa að Einstein hafi að mestu deilt þessu sjónarmiði með Bohr, þó þá hafi greint á um annað.

Þessi túlkun Bohrs byggir á hinu svokallaða fyllingarlögmáli. Fyrstu drög að því lagði hann í fyrirlestri 1927 á ráðstefnu sem haldin var á hundrað ára dánarafmæli Alessandro Volta (1745–1827), honum til heiðurs við Como-vatn á Ítalíu. Ef skömmtunarsetningin lýsir náttúrunni setur hún takmörk á þær athuganir sem við getum framkvæmt á smásæjum fyrirbærum. Mælingar í skilningi klassískrar eðlisfræði eru ómögulegar enda víxlverkar mælitækið óhjákvæmilega við viðfang sitt. Að lágmarki berst á milli þeirra einn skammtur. Það skiptir ekki máli hér nákvæmlega hvað einn skammtur er. Sér í lagi gæti það verið ljós og í því sambengi þyrfti að minnsta kosti ein ljóseind frá mælitækinu að víxlverka við viðfangið. Mælingin hefur því ófyrirséð áhrif á það sem mæla skal. Hugtök eins og tími og rúm tapa sínum hefðbundna skilningi. Fyrir tíma skammtafræði samanstóð mæling af tveimur óháðum atburðum á sama stað í tímarúminu. Eftir tilkomu hennar voru þessir tveir atburðir óaðgreinanlegir og óskiljanlegir, nema hvor í ljósi hins. Við getum þannig ekki með góðu móti rætt veruleika viðfangsins óháð mælitækinu—og öfugt, líkt og okkur er tamt. Eðli skammtafræði krefst þess að nákvæm lýsing á staðsetningu fyrirbæris í tímarúminu og orsakalögmálið tapi sinni hefðbundnu merkingu.¹⁹ Þessir grundvallareiginleikar klassískrar

¹⁴ Folse (1985), bls. 131 til 134 og Heisenberg (1949), bls. 15.

¹⁵ Folse (1985), bls. 139.

¹⁶ Dotson (2008).

¹⁷ Folse (1985), bls. 133 til 139.

¹⁸ Um hluthyggju má lesa í Hacking (1983), bls. 21 til 31.

¹⁹ Hér er nákvæm lýsing á staðsetningu fyrirbæris í tímarúminu ekki eðlisfræðileg stærð heldur *eiginleiki*

eðlisfræði eru samt sem áður nauðsynlegir við lýsingu skammtafræðilegra kerfa en eru ekki lengur aðskildir og óháðir. Skýr staðsetning í tímarúmi og orsakalögmálið vega hvort annað upp, þó ómögulegt sé að gefa þeim báðum skýra merkingu á sama tíma. Þessir eiginleikar eru fyllingarstærðir hvor annarrar.²⁰

Þetta voru fyrstu drög Bohrs að fyllingarlögmálinu. Seinna meir átti hann eftir að bæta hugmyndir sínar og skerpa á orðalagi. Viða í Comofyrirlestrinum mætti skilja hann sem svo að athugun trufla ástand agnar, sem er í ætt við þann skilning sem Heisenberg lagði í óvissulögmálið. Sennilega meinti Bohr ekki nákvæmlega það enda hagaði hann orðum sínum á heppilegri máta þegar fram liðu stundir.²¹ Á einum stað áréttar hann að orðanotkun á borð við „truflun fyrirbæris við mælingu“ sé einkar óheppileg og í versta falli röng.²² Bohr taldi óvissulögmálið bera fyllingarlögmálinu megindlegt vitni. Það væri skínandi dæmi um fyllingarlögmálið í verki. Bohr varar þó við orðalagi á borð við: „staðsetningu og skriðþungia agnar er ekki unnt að mæla samtímis með hversu mikilli nákvæmni sem vera skal.“²³ Af því mætti draga þá ályktun að þessir eiginleikar væru eftir allt saman vel skilgreindir. Sú er að sjálfsögðu ekki raunin. Það lýsir kjarna fyllingarlögmálsins. Annað mikilvægt hugtak tók stakkaskiptum. Upp úr 1939 tók Bohr að leggja aðra merkingu í orðið *fyrirbæri* (e. *phenomenon*) en hann hafði áður gert. Fyrr hafði hann fjálglega talað um fyrirbæri sem viðfang mælitækis. Þesskonar orðanotkun felur í sér að unnt sé á einhvern hátt að greina milli viðfangs og mælitækis, sem er ómögulegt samkvæmt fyllingarlögmálinu. Nú merkti orðið fyrirbæri þá *víxlverkum sem fólst í athugun*. Í þessu fólst mikilvægt skref. Ósætti þeirra Einsteins og Bohr hverfðist öðrum þræði um það hvort líta mætti á mælingar á staðsetningu annars vegar og mælingu á skriðþunga hins vegar sem ákvarðanir á eiginleikum *sama* kerfis eða fyrirbæris í eldri merkingu þess orðs. Þegar hin nýja merking *fyrirbæris* lá ljós fyrir, lagði Bohr sífellt ríkari áherslu á að mælingar á fyllingarstærðum væru í eðli sínu ólík fyrirbæri og ákvarða eiginleika ólíkra viðfanga—viðfanga sem undir eldri merkingu orðsins fyrirbæri, mátti á stundum skilja sem eitt og sama viðfangið.²⁴

Í þessum sífella samanburði óvissulögmálsins og fyllingarlögmálsins er rétt að áréttast að þeim ber ekki

náttúrunnar á sama hátt og segja má að orsakalögmálið sé eiginleiki náttúrunnar.

²⁰ Bohr (1987c), bls. 52 til 57.

²¹ Folse (1985), bls. 155 til 156.

²² Bohr (1987b), bls. 5.

²³ Bohr (1937), bls. 292 til 293.

²⁴ Folse (1985), bls. 157 til 159.

að jafna saman. Fyllingarlögmálið er mun almennara hugtak og óvissulögmálið einungis dæmi um eina hlið þess. Það er í raun dálítið villandi að kalla fyllingarlögmálið lögmál. Það er að minnsta kosti ekki lögmál í sama skilningi og óvissulögmálið eða önnur náttúruleg mál heldur frekar einkskonar hugmyndafræði sem ætlað er að henda reiður á þann nýja veruleika sem skammtafræði lýsir og er svo ólíkur þeim sem blasir við okkur frá degi til dags. Þá ber að varast að setja jafnaðarmerki milli fyllingarlögmálsins og Kaupmannahafnartúlkunarinnar svokölluðu. Þótt þær hugmyndir sem felist í fyllingarlögmálinu móti að miklu leyti Kaupmannahafnartúlkunina, býr í henni annað og meira en það eitt.

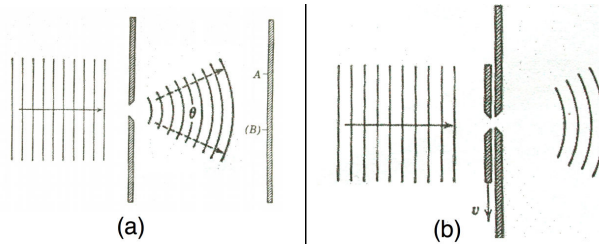
En hvað sem öllum túlkunum á skammtafræði líður verður að hafa í huga að skammtafræði er afar notadrjúg. Sá mælikvarði sem við höfum á gildi kenningar er sá hversu vel henni ber saman við niðurstöður mælinga. Raunhyggjumaður segði áreiðanlega að skammtafræði væri sennilega best staðfesta kenning raunvísindanna. Fylgismaður Karls Popper (1902–1994) segði þá væntanlega eitthvað í þá veruna að sennilega hefðu menn aldrei lagt jafn hart að sér við að hrekja neina kenningu eins og skammtafræði—án árangurs. Raunar eru ákveðnar stærðir innan skammtafræðinnar þær best ákvörðuðu í gervöllum vísindunum.²⁵ Þá ber að nefna að skammtafræði er fyllilega samkvæm (e. *consistent*) kenning, burtséð frá því hvort hún sé tæmandi eður ei. Raunar held ég að við munum aldrei geta sagt með fullri vissu til um það hvort hin eða þessi kenningin sé tæmandi, þó við getum vissulega stundum dæmt um hvort kenning sé það ekki.

4. Einstein og Bohr²⁶

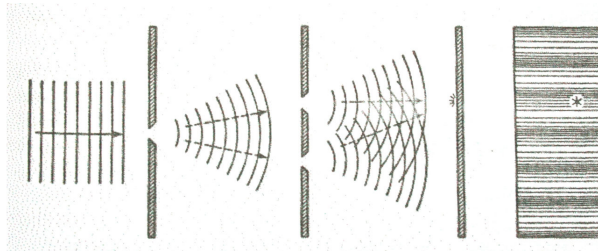
Einstein og Bohr hittust fyrst í Berlín árið 1920. Strax tókst með þeim mikill vinskapur sem entist ævi beggja. Þeir báru alla tíð mikla virðingu hvor fyrir öðrum þrátt fyrir djúpstæðan ágreining um tengsl skammtafræði og veruleika. Einstein hugsaði á klassískum nótum og meðan hann lifði var túlkun hans á skammtafræði jafn lögmæt og túlkun Bohrs, enda var hún ekki í mótsögn við þær klassísku kröfur sem hann gerði til náttúrunnar. Bohr taldi sig hins vegar hafa smíðað nýjan ramma utan um eðli náttúrunnar, sem

²⁵ Hér er vísað til mælinga á segulvægi rafeindar, stærð sem hefur verið mæld með nákvæmni upp á 10 aukastafi. Niðurstöður mælinga eru í fyllilegu samræmi við það gildi sem reikna má út með hjálp skammtafræði. Sjá Feynman (2000), bls. 38 til 39.

²⁶ Hér er aðalheimild mín grein eftir Bohr sjálfan um rök-ræður þeirra Einsteins, sem hann skrifaði í afmælisrit til heidurs Einstein sjötugum. Sjá Bohr (1987a).



Mynd 1. (a) Rafeind fellur á rauf og við nemum hana í punkti A á hrifnæmum skjá. (b) Rafeind fellur á rauf með loku á hreyfingu. Lokan hreyfist með hraða v . Myndirnar eru fengnar að láni hjá Bohr (1987a).



Mynd 2. Rafeind fellur gegnum tvö raufgler. Það fyrra er einungis með einni rauf en það síðara með tveimur raufum. Handan raufaglerjanna er hrifnæmur skjár sem ýmist mælir staka rafeind eða víxlmynstur eftir því hvað kanna skal. Myndin er fengin að láni hjá Bohr (1987a).

Lýsti betur veruleika smásærra agna. Túlkun hans, var rétt eins og Einsteins, fyllilega samkvæm þeim ramma sem hann áleit heppilegan.

Hverfum nú til ársins 1927. Seint í október það ár var haldin ráðstefna í Brussel á vegum Solvay stofnunarinnar. Yfirskrift hennar var „Rafeindir og ljóseindir“. Þangað komu allir helstu frammámenn í atómvísindum þess tíma og þeirra á meðal Einstein og Bohr. Mikið var skrafað um hina nýju kenningu skammtafræði, sem virtist feykjóflug. Á þessum hittungi má segja að deila þeirra félaga um skammtafræði og veruleika hefjist fyrir alvöru. Skömmu áður hafði Bohr viðrað hugmyndir sínar um fyllingarlögmálið á ráðstefnunni í Como en Einstein var þá fjarverandi. Nú tjáði Einstein Bohr og öðrum, áhyggjur sínar af takmörkuðu hlutverki orsakalögmálsins í skammtafræði. Til að skýra mál hans skulum við taka dæmi. Rafeind (eða ljóseind) fellur á rauf í gleri og handan raufarinnar er ljósmyndaplatu eða viðlíka tæki sem numið getur eindina. Á mynd 1a sjáum við uppstillinguna sem Einstein hugsaði sér. Til að gera grein fyrir de Broglie bylgjueðli eindarinnar eru á myndinni rendur sem tákna bylgjuna og bilið milli þeirra samsvarar bylgjulengd agnarinnar, λ . Að sama skapi má eigna rafeindinni tíðni ν . Líkt og vant er í skammtafræði getum við einungis sagt fyrir um líkur þess að rafeindin lendi á tilteknu svæði á nemanum. Nú renn-

ur rafeindin gegnum raufina²⁷ og við mælum hana í punkti A á plötunni. Þá er engin leið að mæla nokkur áhrif eindarinnar í öðrum punkti B. Kenningin getur ekki gert grein fyrir því hvar hún lendir, þó við höfum vissulega mælt hana í þessum tiltekna punkti A. Einstein stakk upp á því að kannski mætti segja fyrir um niðurstöður tilraunarinnar með nákvæmri greiningu á orku og skriðþunga þess sem ætti í hlut.

Förum nánar í saumana á þessu dæmi. Setjum sem raufin hafi breiddina a . Nú má gefa rafeindinni skriðþunga og orku að hætti de Broglie

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

$$E = h\nu \tag{1}$$

þar sem h fasti er Plancks. Vegna öldubognunar sem verður þegar rafeindin fer gegnum raufina má handan hennar lýsa ástandi rafeindarinnar með bylgju sem breiðist út undir horni θ . Það má hugsa sér að θ sé það horn sem líklegast er að rafeindin falli innan við mælingu. Þá má nálga $\theta \approx \lambda/a$.²⁸ Nú kemur fram óvissa í skriðþunga rafeindarinnar samsíða raufaglerinu Δp ,

²⁷ Þar sem rafeindin er ekki klassísk ögn hefur það ekki neina merkingu að ræða nákvæmlega hvenær hún fer í gegnum raufina eða á hvaða hátt það gerist.

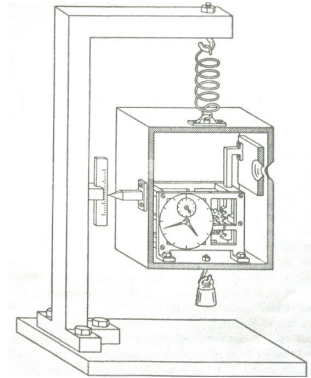
²⁸ Falli bylgja með bylgjulengd λ á rauf af breidd d bognar bylgjan. Ef $d > \lambda$ myndast víxlmynstur á fleiti aftan raufar en ef $d \leq \lambda$ sjáum við ekkert slíkt mynstur heldur Gaussíska

þegar rafeindin fer um raufina og $\Delta p \simeq \theta p \simeq h/a$. Á sama hátt er óvissan í staðsetningu rafeindarinnar $\Delta x \simeq a$. Við getum tengt saman óvissuþættina þannig að $\Delta p \Delta x \simeq h$. Ef loka er á raufinni sem hreyfist með hraða v og er opin í tíma $\Delta t = v/a$ (sjá mynd 1b) fáum við óvissu í tíðni bylgjunnar, þannig að $\Delta v \simeq 1/\Delta t$. Jafna 1 gefur þá $\Delta E \Delta t \simeq h$, sem eru einnig ósammælanlegar stærðir eins og staðsetning og skriðþungi og hlíta því óvissulögmáli Heisenbergs.

Ef við höldum í klassískar hugmyndir um orsaka-vensl má ímynda sér að óvissan komi til af einhverskonar víxlverkun við raufaglerið í fyrra tilfallinu eða lokuna og raufaglerið í því síðara. Milli rafeindar og raufaglers eða loku flytjast við víxlverkun orka og skriðþungi. Einstein velti því fyrir sér að hve miklu leyti mætti greina þessa víxlverkun og nota til að gefa fyllri lýsingu á ástandi rafeindarinnar eftir að hún færir gegnum raufina, enda þótti honum ljóst að lýsing skammtakenningarinnar væri ekki tæmandi. Í greiningu okkar gerðum við ráð fyrir því að raufaglerið, lokan og hrifnæma platan hafi nákvæma staðsetningu í rúminu. Sjálfkrafa þekkjum við því lítið til orku eða skriðþunga þessara hluta. Ef við leyfum okkur að slaka aðeins á þeim kröfum sem við höfum gert til staðsetningar þeirra í rúminu ættum við að geta sagt til um orku þeirra og skriðþunga með meiri nákvæmni. Jafnframt gætum við gefið nákvæmari lýsingu á víxlverkun rafeindarinnar við raufaglerið og lokuna og þar með á ástandi rafeindarinnar eftir að hún fer í gegnum raufina.

Bætum nú við einu raufagleri með tveimur raufum á milli fyrra raufaglersins og hrifnæmu plötunnar. Uppstillinguna okkar má nú sjá á mynd 2. Falli straumur rafeinda gegnum raufarnar kemur fram víxlmynstur (af dálítið öðru tæni en víxlmynstur sem myndast þegar bylgja fellur á eina rauf). Til að útiloka að víxlmynstrið komi fram vegna innbyrðis víxlverkunar rafeinda í rafeindageislanum drögum við úr afli geislans þannig að í senn fari einungis ein rafeind gegnum herlegheitin. Á daginn kemur að ef við skjótum einni rafeind í senn og bíðum nógu lengi kemur fram sama mynstrið. Nú má vel hugsa sér að breytingin í skriðþunga rafeindarinnar sem verður þegar hún víxlverkar við fyrra raufglerið ætti að vera mismunandi eftir því hvort hún fari svo gegnum efri eða neðri raufina í seinna glerinu. Einstein stakk upp á því að við ættum á einhvern hátt að getað stjórnað þessari víxlverkun (t.d. með tilslökun á nákvæmni í staðsetn-

dreifingu í styrk bylgjunnar. Um hornið θ sem myndast milli hámarksljósstyrks á fleti og fyrsta lágmarks séð frá rauf, gildir að $d \sin(\theta) = \lambda$. Ef hornið θ er nógu lítið má nálga $\sin(\theta) \simeq \theta$.



Mynd 3. Úrverk og stál að hætti Einsteins. Myndin er fengin að láni hjá Bohr (1987a).

ingu raufaglerja) og jafnvel ákvarðað gegnum hvora raufina eindin fór.

Honum varð ekki að ósk sinni. Á daginn kemur að ef við þekkjum skriðþunga raufaglerjanna með þeirri nákvæmni sem þyrfti til að greina milli þess gegnum hvora raufina rafeindin fer, verður óvissan í staðsetningu þeirra af sömu stærðargráðu og fjöldi víxlráka á lengdareiningu sem fram kæmi á hrifnæmu plötunni. Því hverfur víxlmynstrið! Okkur er því fyrirmanað að kanna hvort tveggja í senn, bylgjueðli og agnareðli rafeindarinnar. Bohr benti á þetta sem enn eitt skínandi dæmið um fyllingarlögmál sitt. Þetta eru í eðli sínu ólík fyrirbæri og við getum einungis gert grein fyrir öðru fyrirbærinu í senn. Þessum niðurstöðum lýsir skammtafræði og því styður dæmið ekki málstað Einsteins.

Premur árum seinna hittust þeir félagar aftur á ráðstefnu á vegum Solvay stofnunarinnar. Þá kom Einstein með annað dæmi, nú um úrverk og stál. Hugsum okkur kassa og á honum er gat. Fyrir gatinu er loka. Úrverk stjórnað lokunni og getur opnað fyrir gatið í skammta tíma í senn (sjá mynd 3). Kassinn hangir í gormi og hann má því veiga, með öllu sem í honum er. Með hjálp sinna frægu orku-massa vensla, $E = mc^2$ vildi Einstein þannig mæla orku kerfisins. Hann hugsaði sér að kassann fyllti geislu og að úrverkið gæti opnað fyrir gatið í nógu skammta tíma, til að hleypa út einni ljóseind í einu. Með því að veiga kassann fyrir og eftir frelsun eindarinnar mætti ákvarða orku hennar E með eins mikilli nákvæmni sem mönnum hugnaðist. Að sama skapi gæti úrverkið kyrfilega mælt þann tíma sem gatið er opið t . Á þennan hátt virtist Einstein sem hann gæti brotið óvissulögmál Heisenbergs þannig að $\Delta E \Delta t < \epsilon$ og ϵ gæti verið hversu lítil stærð sem vera skyldi.

Bohr var fyrst um sinn mjög uggandi yfir þessu vandamáli, enda sá hann enga augljósa lausn. Það leið þó ekki á löngu uns hann kom auga á villuna. Einstein hafði gleymt að taka með í reikninginn áhrif þyngdarsviðsins á úrverkið,²⁹ en samkvæmt almennu afstæðiskenningu Einsteins sjálfs ganga klukkan hægar því dýpra sem þær eru í þyngdarsviði mikils massa. Skoðum málið nánar. Við mælum massa kassans og óvissa mælingarinnar er Δm . Óvissan verður að vera nógu lítil til að við greinum massa ljóseindarinnar þegar hún sleppur út. Δm þarf því að minnsta kosti að vera af stærðarþrepinu „massi ljóseindar“. Δm kemur til af óvissu í lóðrétttri staðsetningu kassans Δx sem hefur í för með sér óvissu í skriðþunga hans $\Delta p \simeq h/\Delta x$. Nú opnar úrverkið fyrir gatið og sleppir út einni ljóseind. Kassinn létist og lyftist ofar í þyngdarsviðið. Hugsum okkur að það taki kassann tíma T að ná jafnvægi uns hægt er að lesa af gormvoginni með viðunandi nákvæmni. Á þessum tíma verkar á kassann atlag jafnt $Tg\Delta m$. Óvissan í skriðþunga kassans hlýtur að vera minni en þetta atlag.³⁰

$$\Delta p \simeq h/\Delta x < Tg\Delta m \quad (2)$$

þar sem g er þyngdarhröðun við yfirborð jarðarinnar. Líkt og minnst var á, breytist gangur klukkna þegar þær hreyfast til í þyngdarsviði. Í þessu samhengi gildir að þegar klukkan færast til um vegalengd Δx breytist gangur hennar um tíma Δt á tíma T og

$$\Delta t = Tg\Delta x/c^2. \quad (3)$$

Jöfnum (2) og (3) ásamt venslum Einsteins $E = mc^2$ má nú bræða saman á eftirfarandi hátt, þannig að

$$\Delta E\Delta t > h.$$

Enn og aftur stenst óvissulögmálið þrífð. Ef við ætlum að mæla orku ljóssins með mikilli nákvæmni getum við ekki verið allskostar viss um hvenær hún sleppur úr kassanum. Þar með lauk annarri lotu í viðureign Einsteins og Bohrs um tengsl skammtafræði og veruleika. Skammtafræði virtist gera tæmandi grein fyrir athugunum.

Þrátt fyrir þetta var Einstein enn óhress með gang mála og þótti skorta á skýrar reglur sem allir gætu sæst á. Trúlega skildi Einstein aldrei afstöðu Bohrs til fulls. Einkum og sér í lagi átti hann erfitt með fyllingarlögmálið, sem hann líkti einu sinni við trúarbrögð.³¹ Degi fyrir andlát sitt veitti Bohr viðtal, það síðasta í röð nokkurra um sögu skammtafræðinnar.³² Þar var

hann meðal annars spurður að því hvort hann hefði aldrei gefið Einstein nákvæma útlögun á því hvað fælist í fyllingarlögmálinu. Hann svaraði því til að vissulega hefði hann gert það, en Einstein hefði ekki lík að svarið.³³ Sennilega taldi Einstein fyllingarlögmálið lögmál í sama skilningi og önnur náttúrlögmál sem á mætti reyna með tilraunum.³⁴ Því er ekki að undra að Einstein hafi ævinlega gripið í tómt þegar hann reyndi að höndla fyllingarlögmálið.

5. EPR-greinin og ójafna Bells

Eftir nokkurt hlé á deilum Einsteins og Bohrs um skammtafræði og veruleika birti sá fyrrnefndi grein í *Physical Review* árið 1935. Að henni unnu ásamt Einstein eðlisfræðingarnir Boris Podolski (1896–1966) og Nathan Rosen (1909–1995). Greinin hét *Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?*³⁵ og var skrifuð til höfuðs skammtafræðinni. Þeir vildu sýna fram á að skammtafræði gæfi ekki tæmandi lýsingu á raunveruleikanum. Bylgjufallið Ψ , sem ætlað er að lýsa ástandi skammtafræðilegs kerfis, segir ekki alla söguna.

En hvaða skilyrði þarf eðlisfræðikenning að uppfylla svo hún geti talist tæmandi?³⁶ Í greininni segir:

Hvaða skilningur sem lagður er í orðið *tæmandi*, virðist eftirfarandi krafa vera nauðsynleg: Sérhver þáttur efnisveruleikans verður að eiga sér samsvörun í kenningunni.

Þetta kalla þeir skilyrði tæmandi kenningar. Skilyrðið veltur nú á því hverjir þeir eru þessir þættir efnisveruleikans. Einstein og félagar hafa líka svar við því.

Ef unnt er að segja fyrir um gildi eðlisfræðilegrar stærðar með fullkominni vissu (þ.e. þannig að líkindin séu einn) án þess að trufla kerfið á nokkurn hátt, þá er til þáttur efnisveruleikans sem svarar til þessarar eðlisfræðilegu stærðar.

Gott og vel. Hér gera þeir grein fyrir veruleikanum eins og eðlisfræðingum sæmir, með tilvísun til mælinga á honum.

Gerum nú ráð fyrir að bylgjufallið Ψ lýsi ástandi eindar og við ætlum að mæla ólíka eiginleika hennar, A og B . Gerum enn fremur ráð fyrir því að þessir eiginleikar agnarinnar sem við viljum mæla, hlíti óvissulögmáli Heisenbergs, þannig að aukin víska um gildi

³³ Viðtal við Niels Bohr, tekið 17. nóvember 1962.

³⁴ Folse (1985), bls. 144 til 145.

³⁵ Einstein et al. (1935).

³⁶ Hér er stuðst við grein Einsteins, Podolski og Rosen, Einstein et al. (1935) og umfjöllun Jakobs Yngvasonar í Jakob Yngvason (1987). Þýðingar eru hans.

²⁹ Pais (1993), bls. 427.

³⁰ Nákvæma greiningu á þessu má finna í Hnizdo (2002).

³¹ Pais (1993), bls. 425.

³² Pais (1993), bls. 529.

annarrar mælistærðarinnar, dragi úr þeirri vissu sem við höfum um gildi hinnar. Til sérhverrar mælistærðar í skammtafræði svarar sjálfoka virki. Þeim má gefa sama nafn og mælistærðunum sjálfum. Hliti tveir virkjar óvissulögmálinu, segjum við að þeir víxlist ekki, þ.e. $AB \neq BA$. Þessar stærðir eru því ósammælanlegar. Sem dæmi um ósammælanlegar stærðir má nefna staðsetningu agnarinnar x , og skriðþunga hennar p .

Ef Ψ gefur tæmandi lýsingu á veruleikanum þá geta virkjarnir A og B ekki báðir samsvarað þætti efnisveruleikans samtímis. Því gildir önnur hvor tveggja setninga:

- (1): Lýsing Ψ á veruleikanum er ekki tæmandi.
- (2): Virkjarnir A og B geta ekki báðir samsvarað þætti efnisveruleikans samtímis.

Þannig að ef virkjarnir A og B geta báðir samsvarað þáttum efnisveruleikans samtímis þá er lýsing Ψ á veruleikanum ekki tæmandi.

Tökum nú dæmi af þéind sem hrörnar í rafeind og jáeind,³⁷

$$\pi^0 \rightarrow e^- + e^+.$$

Öreindir hafa svokallaðan spuna, sem eðlisfræðingum þykir sjálfsagður hlutur. Spuni er varðveitt eigind, rétt eins og hverfþungi. Spuni óhlaðinnar þéindar er 0 og til að varðveita hann þurfa rafeindin og jáeindin að hafa gangstæða spuna. Ef rafeindin hefur spuna upp, \uparrow þá hefur jáeindin spuna niður, \downarrow , og öfugt. Spuna agnanna má lýsa með Pauli-spunafylkjum σ_1 fyrir rafeindina og σ_2 fyrir jáeindina. Til að geta sagt til um spuna annarrar hvorrar eindarinnar þurfum við að framkvæma nýja mælingu á viðkomandi eind. Nú mælum við spuna rafeindarinnar í stefnu einingarvigurs \mathbf{a} , þ.e. þáttinn $\sigma_1 \cdot \mathbf{a}$. Til þessarar mælistærðar svarar virki A_1 . Þegar við mælum A_1 getum við strax sagt fyrir um niðurstöðu mælingar á spunaðætti $\sigma_2 \cdot \mathbf{a}$ (sem til svarar virki A_2), því sú hlýtur að gefa öfuga niðurstöðu við mælingu á $\sigma_1 \cdot \mathbf{a}$. Ef við mælum rafeindina með spuna \uparrow vitum við samtundis að jáeindin hefur spuna \downarrow og öfugt. Eftir mælingu á A_1 þekkjum við því gildið á A_2 og vitum jafnframt að sá virki svarar til ástands jáeindarinnar, sem má þá lýsa með falli ψ_2 sem er eiginfall úr rófi virkjans A_2 .³⁸

³⁷ Þetta dæmi er að hluta úr smíðju Davids Bohm (1917–1992) og Yakir Aharonov (f. 1932), sjá Bohm and Aharonov (1957). Hér er útgáfa EPR-tilraunar sem finna má í Griffiths (2005), færð í skammtafræðilegan búning. Það þjónar sama tilgangi og dæmið í EPR-greininni, Einstein et al. (1935).

³⁸ Ágæta umfjöllun um mælistærðir, virkja og eiginföll í skammtafræði má finna í 3. kafla Griffiths (2005), sér í lagi í köflum 3.2 og 3.3.

Í stað þess að mæla spunann í stefnu vigurs \mathbf{a} hefðum við allt eins getað valið að mæla spuna rafeindarinnar í stefnu einingarvigurs $\mathbf{b} \neq \mathbf{a}$. Til þeirrar mælistærðar, $\sigma_1 \cdot \mathbf{b}$ svarar virki B_1 . Samtundis hefðum við vitað gildi hliðstæðrar mælistærðar í kerfi jáeindarinnar $\sigma_2 \cdot \mathbf{b}$, sem til svarar virki B_2 . Í því tilviki mætti lýsa ástandi jáeindarinnar með falli ϕ_2 sem er fall úr rófi virkjans B_2 .

Gerum nú ráð fyrir staðfesti (e. *locality*) í heimi skammtafræðinnar. Þá geta engin boð sem geyma orku borist milli tveggja staða í rúminu með hraða sem er meiri en c , hraða ljóssins. Fjarlægðin milli rafeindarinnar og jáeindarinnar getur nú verið hversu mikil sem vera skal. Hún gæti verið nokkrir metrar, kílómetrar eða jafnvel hundruð ljósára. Það skiptir í sjálfu sér ekki máli. Af þessu og forsendunni um staðfesti má nú ljóst vera að mæling á ástandi rafeindarinnar hefur engin áhrif á ástand jáeindarinnar fyrr en boð sem berast í mesta lagi með hraða ljóssins hafa náð til hennar.

Samkvæmt greiningu minni hér að framan getum við hvort heldur sem er lýst ástandi jáeindarinnar með bylgjufallinu ψ_2 eða ϕ_2 , því það skiptir ekki máli í stefnu hvaða vigurs við mælum spuna rafeindarinnar. Sú mæling hefur ekki áhrif á ástand jáeindar. ψ_2 eða ϕ_2 eru eiginföll virkjanna A_2 og B_2 sem eru ósammælanlegir. Við höfum nú sagt fyrir um gildi þessara mælistærða með fullkominni vissu, án þess að trufla kerfi jáeindarinnar. Því eru til þættir efnisveruleikans sem svata til hvorrar stærðar um sig. Því hljótum við að álykta að bylgjufallið Ψ gefi ófullkomna lýsingu á veruleikanum.

Er nokkuð athugasvert við þetta? Ef við mælum rafeind með spuna \uparrow , hafði rafeindin þá ekki bara þann spuna allan tímann? Þó skammtafræði geti ekki gert nákvæma grein fyrir spunaástandi rafeindarinnar eða jáeindarinnar, heldur einungis sagt fyrir um líkindi hvors ástands fyrir sig, er ekki þar með sagt að eindirnar hafi óákvarðaðan spuna. Á þessu máli voru Einstein, Podolsky og Rosen. Sú staðreynd að skammtafræði geti ekki gert grein fyrir spunanum bæri því einungis vitni að hún væri ekki tæmandi kenning. Þeim þótti því einsýnt að sín túlkun hlyti að vera sú rétta, eindirnar höfðu allan tímann skýrt ákvarðaðan spuna. Undir lok greinarinnar gefa Einstein, Podolsky og Rosen í skyn að önnur fullkomnari kenning muni hugsanlega einn góðan veðurdag leysa skammtafræði af hólmi. Vert er að veita því athygli að hvergi setja þeir nauðgengi kenningarinnar sem skilyrði í röksemdafærslunni, heldur kemur það inn hálfpartinn í framhjáhlaupi þegar haldið er í staðfestið.

Niels Bohr lét ekki þar við sitja. Fimm mánuðum síðar birtist andsvar hans í októberhefti *Physical Review*.³⁹ Hann hafnaði því að rök Einsteins og féлага dygðu til að dæma skammtafræði sem ekki tæmandi kenningu. Meðal annars segir Bohr:

Mótsögnin sem virðist liggja fyrir, sýnir eingöngu að með hinu hefðbundna viðhorfi í eðlisvísindum verður ekki gerð skynsamleg grein fyrir náttúrufrýrbærum af því tagi sem fengizt er við í skammtafræði.⁴⁰

Þessi klausa bergmálar þá afstöðu Bohrs sem lýst var í 3. kafla. Hin klassíska eðlisfræðilegu hugtök eru ómissandi við túlkun mælinga í skammtafræði, enda kalla mælingar á rafeind á vissan hátt fram klassíska eiginleika hennar. Þrátt fyrir það nægja hugtökin ekki til að lýsa fyllilega smásæjum veruleika að því marki sem við æskjum. Að viti Bohrs var hugsanatilaun þremninganna af nákvæmlega sama toga og fyrri hugsanatilaunir Einsteins sem lýst var í 4. kafla og því hrekjanleg með tilvísun til fyllingarlögmálsins, enda grundvallar það æskilegri túlkun á skammtafræði. Hann gagnrýnir því þær kröfur sem greinarhöfundar setja efnisveruleikanum.

Frá okkar sjónarhóli má nú vera ljóst að merking orðalagsins „án þess að trufla kerfið á nokkurn hátt“ í fyrrnefndu skilyrði Einsteins, Podolskys og Rosens um efnisveruleikann er óljós. Í tilfalli sem þessu er að sjálfsögu ekki spurning um nein bein (e. *mechanical*) áhrif á kerfið sem til athugunar er á lokastigum mælingarinnar. Nauðsynlegt er að spyrja, jafnvel á þessu stigi, hver áhrifin eru á sjálf skilyrðin fyrir því að tiltekna tegundir forsagna, sem varða hegðun kerfisins í framtíðinni, séu mögulegar. Þar sem þessar forsagnir eru grundvallarþáttur við lýsingu á frýrbærum sem eru hluti „efnisveruleikans“, sjáum við að röksemdir fyrrnefndra höfunda réttlæta engan veginn þá ályktun þeirra að skammtafræði gefi ekki tæmandi lýsingu á veruleikanum.⁴¹

Hér greinir Bohr á milli beinna (e. *mechanical*) áhrifa á kerfið sem til athugunar er og áhrifa á skilyrði þeirra forsagna sem ráða þróun þess eftir mælingu. Þessi beinu áhrif eru þau sem Einstein beitir til að sakfella skammtafræði sem ekki tæmandi kenningu,

enda gerir hún enga grein fyrir slíkum hrifum. Hin áhrifin eru annarskonar. Það sem þremningarnir vilja mæla krefst tveggja ólíkra uppsetninga mælitækja, sem útiloka hvora aðra. Þeir vilja mæla tvö ólík frýrbæri⁴² sem eru ósammælanleg samkvæmt fyllingarlögmáli Bohrs. Önnur mælingin gerir hina ómögulega. Sú staðreynd og afleiðingar hennar kunna í fyrstu að virðast ósamrýmanlegar grundvallarreglum vísindanna en hún gerir okkur í raun kleift að smíða nýjan ramma um eðli náttúrunnar. Þann veruleika reynir Bohr að skýra með fyllingarlögmálinu.⁴³ Það viðhorf er stundum ranglega eignað Bohr að hann hafi álitnið sem einhver boð bærust samstundis til jáeindar við mælingu á rafeind. Það er í það minnsta of túlkun á orðum hans, enda minnst hann hvergi á það. Okkur ber heldur að minnast kjarna fyllingarlögmálsins sem kveður á um að orsakalögmálið og staðsetning atburðar eru fyllistærðir, að minnsta kosti að svo miklu leyti sem telja má að orsakalögmálið stærð í þessu samhengi. Af þessu má vera ljóst að Bohr viðheldur einungis sinni túlkun á skammtafræði og heimfærir hana í svargrein sinni upp á enn eitt dæmið. Hann hafnar skilgreiningu þremninganna á „þáttum efnisveruleikans“ og finnst hún í það minnsta of þröng. Jakob Yngvason bendir á í þrýðilegri grein sinni *Skammtafræði og veruleiki*⁴⁴ að Bohr varpi hvergi fram nýrri eða betri skilgreiningu á efnisveruleikanum, né heldur sýni hann fram á að tæmandi kenning í skilningi þremninganna geti ekki gert grein fyrir tilteknum náttúrufrýrbærum. Það telur hann svari Bohrs til vansa.

Ég er ekki allskostar sáttur við afgreiðslu Jakobs á svari Bohrs. Mér þykir mjög eðlilegt að Bohr skuli ekki hafa reitt fram þessi atriði enda var eðlismunur á túlkun hans og Einsteins á skammtafræði. Jafnframt ber að hafa í huga að túlkanir beggja eru fyllilega samkvæmar innan þess ramma sem þeir ætla þeim. Túlkun Einsteins byggir á viðhorfi klassískra eðlisfræðinga til náttúrunnar á meðan túlkun Bohrs byggir á því nýja viðhorfi sem hann ætlar fyllingarlögmálinu að skýra. Í því felst meðal annars að (efnis)veruleika smásærra agna verður ekki lýst nema með hugtökum sem eru í eðli sínu ónóg til fyllilegrar lýsingar á honum. Svo Bohr hefur áreiðanlega ekki þótt neinn akkur í því að endurbæta skilgreiningu þremninganna. Vissulega má svo segja (sérstaklega í ljósi þess sem rakið verður hér á eftir) að Bohr hefði getað reitt fram ójöfnu Bells eða sambærilegan prófstein á lögmæti túlkunar Einsteins og féлага. En látum það liggja

³⁹ Bohr (1935).

⁴⁰ Bohr (1935). Íslenska þýðingu er að finna í Jakob Yngvason (1987).

⁴¹ Bohr (1935).

⁴² Frýrbæri í merkingunni víxlverkun mælitækis og viðfangs.

⁴³ Bohr (1935).

⁴⁴ Jakob Yngvason (1987).

milli hluta. Flestir snerust á sveif með Bohr og töldu hann hafa haft betur í deilum við Einstein um þann veruleika sem skammtafræði lýsir. Hér með lýkur þessum kafla í lífi þessara merkismanna sem báðir höfðu mikil áhrif á framgang vísinda og heimspeki vísindanna á 20. öld.

Því fer fjarri að ekkert hafi hent í þessum fræðum frá því Einstein og Bohr hættu að rita um þau 1935. John von Neumann (1903–1957) taldi sig hafa sýnt fram á árið 1932, að huldubreytur væru í raun ómögulegar. Sú var þó ekki raunin. Einnig er vert er að nefna tilraunir Davids Bohm við huldubreytur tuttugu árum síðar.⁴⁵ Hann hélt sig hafa fundið upp skammtafræðilega kenningu þar sem huldubreytur réðu handan seilingar mælitækja. Ríflega tíu árum seinna reyndu Josef-Maria Jauch (1914–1974) og Constantin Piron (f. 1932) að endurbæta sönnun Neumanns en árangurinn lét á sér standa. Einnig mætti nefna verk Andrew Gleasons (1921–2008), sem náði þó meiri árangri en þeir síðastnefndu þó það dygði ekki til.⁴⁶

Árið 1964 dró til tíðinda. Írski eðlisfræðingurinn John Stewart Bell (1928–1990) skrifaði grein í tímaritið *Physics* það ár undir heitinu *On the Einstein-Podolsky-Rosen paradox*.⁴⁷ Í þeirri grein leiddi hann út ójöfnu sem við hann er kennd. Sú virðist gera mönnum kleift að skera úr um með tilraunum hvort Einstein, Podolsky og Rosen hafi haft rangt fyrir sér. Spurningin um túlkun skammtafræðinnar var ekki lengur bara heimspekilegs eðlis. Bell gaf sér að til væru staðfaster huldubreytur (e. *local hidden variables*) sem réðu á smásæjum kvarða. Staðfestið var sá eiginleiki sem Einstein hélt í heiðri. Með þá forsendu að vopni leiddi hann út ójöfnuna, sem verður að gilda hafi þremmingarnir haft á réttu að standa.

Að þeirra viti getur bylgljufallið Ψ ekki gefið fyllilega útlitun á hegðun skammtafræðilegs kerfis. Svo segja megi til um ástand þess með fullri vissu, nú og um alla framtíð, er til önnur breyta ξ sem er okkur hulin. ξ getur hvort heldur sem er gert grein fyrir einni breytu eða safni margra huldubreyta, sem geta jafnvel verið innbyrðis óháðar. Hugum nú að EPR-tilrauninni, hugsanatilaun Einsteins, Podolskys og Rosens. Þfeindin hrörnar í tvær eindir, rafeind og jáeind. Þær fljúga hvor í sína áttina. Stillum upp mælitækjum líft og á mynd 4. Á móti eindunum sem þeytast úr lindinni taka Stern-Gerlach mælitæki. Gefum okkur að spuna agnanna megi lýsa með Paulispunafylkjum σ_1 fyrir rafeindina og σ_2 fyrir jáeindina. Í hvert skipti sem mæling er framkvæmd á rafeind

Tafla 1. Dæmigerð niðurstaða mælinga í EPR-tilraun. Sambærilega töflu má finna í Griffiths (2005).

Rafeind	Jáeind	Margfeldi
+1	-1	-1
-1	-1	+1
-1	+1	-1
+1	+1	+1
-1	+1	-1
⋮	⋮	⋮

mæli tækið spunann í stefnu einingarvigurs \mathbf{a} , þáttinn $\sigma_1 \cdot \mathbf{a}$. Eins mælir hitt tækið ætíð spuna jáeindarinnar í stefnu einingarvigurs \mathbf{b} , þ.e. $\sigma_2 \cdot \mathbf{b}$. Stefna vigranna \mathbf{a} og \mathbf{b} má breytast milli mælinga. Mæli tæki eind með spunabátt samsíða stefnu þess, skilar það niðurstöðunni +1 en mæli það spunabátt gagnstefna áttun tækisins skilar það niðurstöðunni -1. Niðurstaða endurtekinnna mælinga gæti verið eins og í töflu 1. Ef $\mathbf{a} = \mathbf{b}$ er margfeldið ætíð -1 líft og vænta má vegna varðveislu spunans. Að sama skapi má snúa því við og slá föstu að margfeldið sé +1 ef $\mathbf{a} = -\mathbf{b}$.

Nú ræður stefna vigranna \mathbf{a} og \mathbf{b} , ásamt huldubreytum ξ , niðurstöðum mælinganna.⁴⁸ Við gerum að sjálfsögðu ráð fyrir því að niðurstaða mælingar á rafeind hafi ekki áhrif á niðurstöðu mælingar á jáeind. Það má t.d. gera með því að færa mælitækin nógu langt í sundur, þannig að þegar niðurstaða mælingar á rafeind er fengin er á engan hátt mögulegt að senda ljósmerki til jáeindar eða tækisins áður en mæling á spuna hennar fer fram. Þannig gerum við kröfu um staðfesti. Þá eru til föll A og B sem gera grein fyrir niðurstöðum mælinga á $\sigma_1 \cdot \mathbf{a}$ og $\sigma_2 \cdot \mathbf{b}$.

$$A(\mathbf{a}, \xi) = \pm 1 \quad (4)$$

$$B(\mathbf{b}, \xi) = \pm 1.$$

Föllin hafa ennfremur þann eiginleika að ef $\mathbf{a} = \mathbf{b}$ er

$$A(\mathbf{a}, \xi) = -B(\mathbf{b}, \xi). \quad (5)$$

Við viljum ákvarða væntigildi⁴⁹ af margfeldi niðurstöðu mælinga á rafeind og jáeind, þ.e. $\langle A(\mathbf{a}, \xi)B(\mathbf{b}, \xi) \rangle$. Köllum þá stærð P ,

$$P(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \int \rho(\xi)A(\mathbf{a}, \xi)B(\mathbf{b}, \xi)d\xi. \quad (6)$$

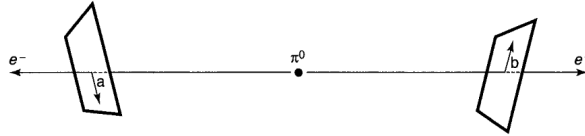
⁴⁸ Við umfjöllun og útleiðslu á ójöfnu Bells er stuðst við ágætan kafla í Griffiths (2005), nánar tiltekið bls. 423 til 428 og grein Bells sjálfs, Bell (1964).

⁴⁹ Í skammtafræði er væntigildi mælistærðar meðaltal niðurstaðna úr fjölda sambærilegra tilrauna á henni. Sjá t.d. Griffiths (2005), bls. 7.

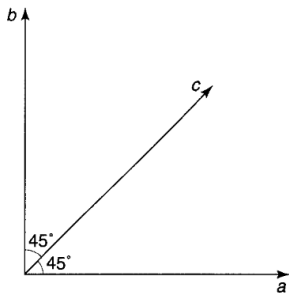
⁴⁵ Bohm (1952).

⁴⁶ Bell (1966).

⁴⁷ Bell (1964).



Mynd 4. Dæmigerð uppstilling EPR-tilraunar. Þfeind hrörnar og rafeind og jáeind þjóta í gagnstæðar áttir. Stern-Gerlach mælitæki mæla spunann í stefnu einingarvigna **a** og **b**. Myndin er fengin að láni hjá Griffiths (2005).



Mynd 5. Uppstilling vigra **a**, **b** og **c** sem brjóta ójöfnu Bells. Myndin er fengin að láni hjá Griffiths (2005).

Hér er $\rho(\xi)$ stöðluð líkindadreifing fyrir ξ , þannig að $\int \rho(\xi) d\xi = 1$. Með (5) má umrita (6). Þá höfum við

$$P(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = - \int \rho(\xi) A(\mathbf{a}, \xi) A(\mathbf{b}, \xi) d\xi.$$

Ef **c** er einhver annar einingarvigur, gildir að

$$\begin{aligned} P(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - P(\mathbf{a}, \mathbf{c}) &= - \int \rho(\xi) \{ A(\mathbf{a}, \xi) A(\mathbf{b}, \xi) - A(\mathbf{a}, \xi) A(\mathbf{c}, \xi) \} d\xi \\ &= - \int \rho(\xi) \{ 1 - A(\mathbf{b}, \xi) A(\mathbf{c}, \xi) \} A(\mathbf{a}, \xi) d\xi \end{aligned}$$

því $\{A(\mathbf{b}, \xi)\}^2 = 1$ samkvæmt (4). Sama jafna fullvissar okkur um að

$$-1 \leq A(\mathbf{a}, \xi) A(\mathbf{b}, \xi) \leq 1$$

Engu skiptir hvaða nafn við gefum vigrunum **a**, **b** eða **c** svo þá má rita

$$|P(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - P(\mathbf{a}, \mathbf{c})| \leq \int \rho(\xi) \{ 1 - A(\mathbf{b}, \xi) A(\mathbf{c}, \xi) \} d\xi$$

sem jafngildir

$$|P(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - P(\mathbf{a}, \mathbf{c})| \leq 1 + P(\mathbf{b}, \mathbf{c}),$$

ójöfnu Bells.

Ráði staðfastar huldubreytur í heimi skammtafræðinnar þarf hún að hlíta þessari ójöfnu. Látum

reyna á það með einföldu dæmi. Stillum upp vigrunum **a**, **b** og **c** í plani, eins og á mynd 5. Með hjálp skammtafræði má reikna út væntigildi niðurstöðu mælinga P , fyrir sérhverja tvo vigra,⁵⁰

$$\begin{aligned} P(\mathbf{a}, \mathbf{b}) &= 0 \\ P(\mathbf{a}, \mathbf{c}) &= -\frac{\sqrt{2}}{2} \approx -0,707 \\ P(\mathbf{b}, \mathbf{c}) &= -\frac{\sqrt{2}}{2} \approx -0,707 \end{aligned}$$

Stingum þessum gildum inn í ójöfnu Bells.

$$0,707 \not\leq 1 - 0,707 = 0,293.$$

Skammtafræði spár því að ójafna Bells gildi ekki. Því er ekki nóg með að hún sé ófullkomin kenning, hafi Einstein rétt fyrir sér, heldur er hún beinlínis röng.

Skemmst er frá því að segja að niðurstöður mælinga eru viðhorfi Einsteins ekki í vil. Lengi þóttu mælingar eðlisfræðingsins Alains Aspect (f. 1947) og samverkamanna hans skara fram úr. Afrakstur tilraunanna birtust á árunum 1981 til 1982.⁵¹ Þeir notuðu ljóseindir við tilraunir sínar en ekki rafeindir. Eðlisfræðin sem að baki býr er þó hér um bil sú sama og í tilfelli pieindarinnar. Niðurstöður þeirra voru í góðu samræmi við skammtafræði en að sama skapi í hróplegu ósamræmi við ójöfnu Bells. Því bendir allt til þess að staðfastar huldubreytur séu ósamrýmanlegar skammtafræði.⁵²

6. Lokaorð — Veruleiki skammtafræðinnar

Skammtafræðin kom reglu á hið smáa í alheimi, rétt eins og aflfræði Newtons kom reglu hið á stóra. En hún skýrði líka margt í hinu stóra. Ein helsta mótbarán gegn þróunarkenningu Charles Darwin (1809–1882), var sú að samkvæmt lögmálum varmafræðinnar hafði sólin ekki verið til nægilega lengi, svo

⁵⁰ $P(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \langle \sigma_1 \cdot \mathbf{a} \sigma_2 \cdot \mathbf{b} \rangle = -\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = -|\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \cos(\theta)$, þar sem θ er hornið milli vigranna.

⁵¹ Aspect et al. (1982).

⁵² Síðan Aspect og félagar framkvæmdu sínar tilraunir hafa fleiri verið gerðar. Sjálfur gerði Aspect úttekt á nokkrum þeirra í grein í tímaritinu *Nature*, sjá Aspect (1999).

að líf hefði getað þróast á jörðinni. Þá var mönnum ljóst að það ferli var afar tímafrekt. Með hjálp skammtafræði mátti skýra hvað gerist í raun í iðrum sólarinnar og sá tími sem hún veitti var Darwin nógur. En skammtafræði var ekki bara ný kenning með ný lögmal og teglur, sem beita mátti á vandamál sem þetta. Henni fylgdu nýjar hugmyndir um eðli veruleikans. Lögmalin stóðu á nýrri jörð, frábrugðinni þeirri sem Newton byggði á sín hús. Skammtafræði kvað niður draug nauðgengis sem Laplace magnaði ríflega einni öld fyrr. Hann ásótti menn ekki frekar. Og fleira hafði breyst. Náttúran var ekki lengur samfelld. Hún virtist taka stökk, úr einu skammtaástandi yfir í annað. *Natura non facit saltum*⁵³ sagði Darwin og hafði til marks um samfelldan gang þróunar lífs á jörðu. *Natura facit saltum* sögðu skammtafræðingar og höfðu til marks um eðli smásærra efnisagna. Sumt sem henti í heimi hins smáa virtist heldur ekki endilega eiga neina ákveðna orsök. Sviðið var líka nýtt. Tími og rúm voru nú órofa heild fyrir tilstilli afstæðiskenningarinnar. Áður gátu menn greint milli sérhverra tveggja fyrirbæra í algildu rúmi, nú var þess ekki kostur. Ákveðnir eiginleikar fyrirbæra virtust ekki einu sinni birtast nema í tygjum við aðra. Staða mannsins í náttúrunni breyttist líka með tilkomu skammtafræði. Við stóðum ekki lengur utan hennar, heldur urðum hluti af eðlisfræðinni.

Breytt heimsmynd blasti við og ærið verk var fyrir höndum. Sumir kipptu sér lítið upp við þetta enda stóð kenningin heil. Forsagnir hennar virtust í góðu samræmi við tilraunir, hversu skringilegt sem eðli hennar þótti. En mönnum eins og Niels Bohr og Albert Einstein þótti brýnt að átta sig fyllilega á þeim veruleika sem kenningin lýsti. Skýringanna leituðu þeir í ólíkar áttir. Einstein hafði lokið við miklar kenningar um alheiminn sem héldu í orsakalögmálið. Og skammtafræði skorti það. Hana skorti skýrt samband orsakar og afleiðingar sem einkennt hafði allar aðrar eðlisfræðikenningar. Gagnrýni Einsteins var alla tíð á þessum nótum. Þótt hverju dæminu á fætur öðru, sem átti að draga fram þennan leiða skort kenningarinnar, hafi verið vísað til föðurhúsanna, var hann ekki ánægður. Skammtafræði tók ekki með í reikninginn þennan sjálfsgæða eiginleika náttúrunnar og komst upp með það! Bohr var ekki á því að orsakalögmálið (í það minnsta í hefðbundnum skilningi) væri svo sjálfsgætt. Hann reyndi að sætta þessa nýju heimsmynd við þá eldri með fyllingarlögmálinu og þeim ramma sem það setti náttúrunni. Bohr áleit það einskonar afhæfingu á sannindum orsakalögmálsins.⁵⁴ Hann sagði enn fremur að til þess að dæma samkvæma vísinda-

kenningu ekki tæmandi þyrfti annað hvort að sýna fram á að afleiðingar hennar gangi í berhögð við tilraunir eða sanna á einhvern hátt að hún gæti ekki gert grein fyrir mögulegum athugunum.⁵⁵ Einstein gerði kröfu utan þessa ramma. Með fyllingarlögmálinu reynir Bohr að lýsa því sem fyrir augu ber—og aðeins því. Þannig er kenning Bohrs einfaldari en tilgátur Einsteins um dulið orsakasamhengi. Bohr beitti fyrir sig rakhníf Vilhjálm af Ockham (1287–1347) og skar burt óþarfa.

Viðunandi lyktir í deilum félaganna urðu þó ekki fyrir en eftir daga þeirra beggja. John S. Bell reiddi fram ójöfnu sem var prófsteinn á sanngildi hugmynda Einsteins. Ójafnan hélt ekki í tilraunum, Einstein í óhag. Hvað segir það um skammtafræði og veruleika? Skammtakenningin gæti náttúrulega verið röng og Einstein gæti hafa haft rétt fyrir sér. Það hvílir þó á því að mælingar gefi rangar niðurstöður. Þrátt fyrir að nákvæmni mælitækja og uppstillinga eru vissulega ekki eins og kjörmælingar, verður að teljast ósennilegt að niðurstöður slíkrar mælingar víki jafn mikið frá þeim mælingum sem við getum gert í dag og raun krefði. Frekar mætti ætla að krafan um staðfesti sé hreinlega óraunhæf. Vissulega virðist mæling á ástandi rafeindar hafa áhrif á ástand jáeindarinnar, hversu fjarlæg sem hún er. En hvort mælingin á spunaástandi rafeindarinnar *orsaki* ástand jáeindarinnar og þvingi hana á einhvern hátt í gagnstætt spunaástand skal ósagt látið. Það er í það minnsta ekki orsök í hefðbundnum klassískum skilningi. Því hallast flestir að áliti Bohrs. Við getum einfaldlega ekki rätt veruleika skammtafræðilegra einda nema í klassísku samhengi. Þannig er enginn veruleiki í heimi smásærra agna, eins og sá stórsæi veruleiki sem við upplifum dag hvern.⁵⁶

Þessar nýju hugmyndir manna um veruleikann byggðust öðrum þræði fremur á eðli athugana á smásæjum ögnum. Við mælingu þarf mælitækið að víxilverka við viðfang sitt og milli þeirra berst að lágmarki einn skammtur af orku eða skriðþunga (það er ekki aðalatriði hvers eðlis skammturinn er). Þessari víxilverkun getum við ekki stjórnað og mælitækið hefur óafturkræf áhrif á viðfangið. Þetta er ófugt við eldri hugmyndir manna um mælingu, og raunar þær hugmyndir sem við fáum af reynslu okkar, enda má alltaf lágmarka áhrif mælitækis á það sem mæla skal í klassískri eðlisfræði. Mælímáskínan er þar í sjálfu sér óháð viðfanginu. Þess vegna má segja að eftir tilkomu skammtafræðinnar hafi maðurinn orðinn hluti af eðlisfræðinni, því áhrif hans við mælingar verður að taka til greina í kenningunni. Það er ekki nóg með að við

⁵³ Náttúran tekur ekki stökk. Darwin (2004), bls. 295.

⁵⁴ Bohr (1987a), bls. 41.

⁵⁵ Bohr (1987a), bls. 57.

⁵⁶ Bell (1981) og Griffiths (2005), bls. 426 til 428.

höfum ófyrirsjáanleg áhrif á þróun skammtafræðilegs kerfis, heldur getum við ekki kannað alla þætti þess í senn. Stærðir á borð við staðsetningu og skriðþunga eða orku og tíma eru ósammælanlegar. Þessar stærðir hafa því ekki sömu merkingu í skammtafræði og í klassískri eðlisfræði. Bohr taldi að þarna kæmi fyllingarlögmál sitt skýrt fram. Það kveður á um að nákvæm lýsing á staðsetningu fyrirbæris í tímarúminu sé fyllt orsakalögmálsins og öfugt. Við verðum að velja hvorn eiginleika náttúrunnar við könnun, orsakaeðlið eða hvort staðsetja megi nákvæmlega það sem í henni er. Þessi hugtök eru í eðli sínu klassísk, en þegar við könnun þessa eiginleika, gerum við það með stórsæjum mælitækjum sem kalla fram klassískt eðli viðfangsins. Því er ekki þar með sagt að þessir eiginleikar séu náttúrunni eiginlegir heldur eru þeir bara *það sem við sjáum*. Ennfremur getum við ekki kannað hvort tveggja í senn. Það birtist okkur glögg í fyrstu hugsanatíraun Einsteins sem rakin var í 4. kafla. Þar þyrftum við að *velja* hvort við könnuðum bylgyeigleika rafeindar eða agnareiginleika hennar. Við getum því einungis dregið upp samsetta mynd af náttúrunni, þar sem hvor hluti hennar dugar tæplega til hálf. Þess vegna segir Bohr að í raun sé enginn veruleiki í klassískum skilningi í veröld smásærra agna. Ég held að það sé rétt hjá honum.

Í þessu má greina nýtt viðhorf til eðlisvísindanna. Hlutverk þeirra er ekki að fjalla um það *á hvaða hátt* hlutur er farið í náttúrunni, heldur snúast þau um *hvað við getum sagt* um náttúrunna.⁵⁷ Þetta er mikilvægt. Óhætt er að fullyrða að þeir sem ástunduðu eðlisfræði fyrir 1900 hafi rannsakað náttúruna með fyrri hugmyndina að augnamiði. Enda kynnti velgengni kenningar Newtons undir hluthygguju um kenningar. Þarna kom Bohr auga á að *reynsluvísindi* geta strangt til tekið ekki fjallað um annan veruleika en þann sem kemur fram við mælingar. Öðru geta þau ekki svarað. Þannig verður allt tal um innsta eðli náttúrunnar tómt orðagjálfur í þessu samhengi. Hafi náttúran eitthvert innra eðli á smásæjum kvarða en það sem birtist okkur við mælingar, getum við ekkert sagt til um það. Að minnsta kosti ekki að svo stöddu.

Þá vakna óhjákvæmilega spurningar um það, hverskonar veruleika eðlisvísindin lýsa. Segja þau ekki sannleikann? eru aðferðir þeirra ekki traustsins verðar? Hverfur tunglið af himninum þegar engin horfir? Hér verðum við að gera greinarmun á eðlisfræði á stórsæjum kvarða annars vegar og smásæjum hins vegar. Orsakalögmálið lýsir vel þeirri náttúru sem við sjáum með berum augum. Um það vitnar bæði klassísk eðlisfræði og dagleg reynsla. Það held-

ur því gildi sínu á stórsæjum kvarða. Þegar ég horfi út um gluggann get ég lýst þeim veruleika sem ég sé og gert það skammlaust. Eins tel ég óhætt að fullyrða að tunglið hverfi ekki af himninum, þó enginn sé að horfa. Við megum ekki heimfæra að því er virðist undarlegan heim öreinda upp á hversdaginn. Þegar við skyggnumst inn í þann heim getum við ekki lýst því sem við sjáum nema að takmörkuðu leyti. Við getum ekki stutt hugmyndir okkar um þann veruleika sambærilegri skynreynslu og þann sem við upplifum frá degi til dags. Blindur og heyrnalaus maður skynjar heiminn á annan hátt en við hin sem skortir hvorki sjón né heyrn. Í heimi skammtafræðinnar erum við að minnsta kosti heyrnalaus, og þyrftum sennilega líka á gleraugum að halda. En svo er það hitt að vísindin eru bara *það sem best er vitað* á hverjum tíma. Þau eru ekki í eðli sínu sönn, eins og margir virðast halda. Aðferðir þeirra geta vissulega verið skeikular þó að sjálfsögðu væntum við þess að eitthvert vit sé í vísindunum, að þau höndli að minnsta kosti einhvern sannleika. Sannleikur er kenning um samsvörun máls og veruleika og starfi vísindamanna beinist fyrst og fremst að því að mál þeirra samsvari veruleikanum.

Á 20. öld fóru margir eðlisfræðingar að láta sig dreyma um einhverskonar hinstu kenningu í eðlisfræði, sem innihéldi allar kenningar heimsins. Ég veit ekki hvort slík kenning er möguleg, en ljóst er að eigi hún að spanna allt það sem menn vilja að hún spanni, þyrfti sennilega að gera byltingarkenndar breytingar á þeim ramma sem menn setja náttúrunni, ennþá byltingarkenndari en þær breytingar sem Bohr kynnti með fyllingarlögmálinu. Þá er ég heldur ekki viss um hvaða kröfur við myndum gera til slíkrar kenningar. Hún þyrfti þó sennilega að uppfylla skilyrði um samkvæmni og fullkomleika, vera tæmandi í einhverjum skilningi. Eins rakið var hér að framan voru þau skilyrði sem Einstein, Podolsky og Rosen settu tæmandi eðlisfræðikenningu að minnsta kosti of þröng, enda rúmast skammtafræði ekki innan hennar og hvað þá einhver enn nýstárlegri skammtakenning um þyngdina—en það er hinn helgi gral.

Fyllingarlögmál Bohrs er heimspekileg kenning um þann veruleika sem blasir við okkur þegar við rannsökum hið smáa. Það er túlkun á skammtafræði, mun frumspekilegri en sá hugmyndaheimur sem spratt upp í kringum klassíska eðlisfræði því hann má styðja sterkari rökum með tilvísun í beina skynreynslu. Því má vera ljóst að við getum ekki gert sömu kröfur til stórsærra og smásærra eðlisvísinda.

⁵⁷ Sjá tilvitnun í Bohr í Bell (1981).

Heimildaskrá

- Aspect, A. (1999). *Nature* 398, 189.
- Aspect, A. et al. (1982). *Phys. Rev. Lett.* 49, 91.
- Bell, J. S. (1964). *Physics* 1, 195.
- Bell, J. S. (1966). *Rev. Mod. Phys.* 38, 447.
- Bell, J. S. (1981). *J. Phys. Colloq.* 42, C2–41.
- Bohm, D. (1952). *Phys. Rev.* 85, 166.
- Bohm, D. and Y. Aharonov (1957). *Phys. Rev.* 108, 1070.
- Bohr, N. (1935). *Phys. Rev.* 48, 696.
- Bohr, N. (1937). *Philosophy of Science* 4, 289.
- Bohr, N. (1987a). Discussions with Einstein on epistemological problems in atomic physics. In *The Philosophical Writings of Niels Bohr, 2. bindi*. Woodbridge: Ox Bow Press.
- Bohr, N. (1987b). Quantum physics and philosophy: Causality and complementarity. In *The Philosophical Writings of Niels Bohr, 3. bindi*. Woodbridge: Ox Bow Press.
- Bohr, N. (1987c). The quantum postulate and the recent development of atomic theory. In *The Philosophical Writings of Niels Bohr, 1. bindi*. Woodbridge: Ox Bow Press.
- Darwin, C. (2004). *Uppruni tegundanna, fyrra bindi*. Reykjavík: Hið íslenska bókmenntafélag.
- Dotson, A. C. (2008). *Studies In History and Philosophy Modern Physics* 39, 610.
- Ehrenfest, P. (1927). *Zeitschrift für Physik* 45, 455.
- Einstein, A. et al. (1935). *Phys. Rev.* 47, 777.
- Faye, J. (2008). Copenhagen interpretation of quantum mechanics. In E. N. Zalta (Ed.), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*.
- Feynman, R. P. (2000). *Ljósíð*. Reykjavík: Hið íslenska bókmenntafélag.
- Folse, H. J. (1985). *The Philosophy of Niels Bohr: The Framework for Complementarity*. Amsterdam: North-Holland Personal Library.
- Griffiths, D. J. (2005). *Introduction to Quantum Mechanics*. New Jersey: Pearson Prentice Hall.
- Hacking, I. (1983). *Representing and Intervening*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Heisenberg, W. (1949). *The Physical Principles of the Quantum Theory*. Dover Publications Inc.
- Hnizdo, V. (2002). *Eur. J. Phys.* 23, L9.
- Jakob Yngvason (1987). Skammtafræði og veruleiki. In Þorsteinn I. Sigfússon (Ed.), *Í hlutarins eðli: Afmælisrit til heiðurs Þorbirni Sigurgeirssyni prófessor*. Reykjavík: Menningarsjóður.
- Lagemann, R. (1959). *Am. J. Phys.* 27, 182.
- Laplace, P. (2006). A philosophical essay on probabilities. In S. Hawking (Ed.), *God Created the Integers*. London: Penguin Books.
- Pais, A. (1993). *Niels Bohr's Times in Physics, Philosophy and Polity*. Oxford: Clarendon Press.
- Viðtal við N. Bohr, tekið af T. S. Kuhn, L. Rosenfeld, A. Petersen, og E. Rudinger þann 17. nóvember 1962. Niels Bohr Library & Archives, American Institute of Physics.
- Þorsteinn Vilhjálmsson (1987). *Heimsmynd á hverfanda hveli, 2. bindi*. Reykjavík: Mál og menning.

Þorsteinn Vilhjálmsson (2009). *Raust* 6, 59.

Höfundur þakkar ítarlegan yfirlestur og gagnlegar ábendingar frá Þorsteini Vilhjálmssyni og Gunnlaugi Björnssyni.

Summary: All the big steps in the theoretical development of the quantum theory were taken before the 1950's, except for one: Bell's theorem. It has roots in a famous debate between Albert Einstein and Niels Bohr on the epistemological questions concerning quantum mechanics culminating with the publication of the so called EPR paper in 1935. Einstein was dissatisfied with the consequences of the new quantum theory drew and he constantly argued that it was an incomplete theory, needed to be accompanied with hidden variables. Bohr on the other hand introduced the idea of complementarity, a new framework for the description of nature consistent with the physics of microscopic phenomena. In the mid 1960's the physicist John Stewart Bell proposed his theory and laid empirical grounds for Einstein's epistemological position. To put it short, experiments show that Einstein was wrong.

Um höfundinn: Ottó Elíasson er BS-nemi í eðlisfræði við Háskóla Íslands.

Raunvísindadeild Háskóla Íslands
Hjarðarhaga 2–6, 107 Reykjavík
ot1@hi.is
Móttekin: 15. júlí 2010