

Aðalnámskrá framhaldsskóla í stærðfræði 1999

Kristín Bjarnadóttir

Kennaraháskóla Íslands

Vefútgáfa: 18. október 2003

Ágrip – Árið 1996 hófst undirbúningur að gerð aðalnámskráa fyrir grunnskóla og framhaldsskóla á vegum menntamálaráðuneytisins. Samdar voru námskrár sem hvíldu á sameiginlegum þverfaglegum þáttum fyrir allar kennslugreinar. Áður hafði starfað nefnd á vegum ráðuneytisins til að koma með tillögum um hvernig efla megi námsgreinina stærðfræði og stærðfræðiáhuga nemenda í skólakerfinu. Nefndin, sem fékk stöðu forvinnuhóps í stærðfræði í námskráargerðinni, skilaði tillögum sínum árið 1997. Starfshópar um námskrár í stærðfræði fyrir bæði skólastigin unnu úr tillögum forvinnuhópsins og luku þeir verki sínu árið 1999. Námskráin tók gildi sama ár. Sömu stefnumið eru sett fram fyrir bæði skólastigin. Skipan námskránna var einnig sameiginleg fyrir bæði skólastigin. Í greininni eru rakin lokamarkmið náms í stærðfræði á náttúrufræðibraut, greint frá almennri skipan stærðfræðináms í framhaldsskólum og tekin dæmi um einstakar áfangalýsingar sem settar eru fram sem deilimarkmið. Að lokum eru rakin helstu álitamál, sem eru m.a. hvar greina skuli milli námsefnis náttúrufræðibrautar og annarra brauta, röðun efnis í áfanga, notkun reiknitækja, verkefnavinna og stærðfræðináms fyrir alla. Ennfremur er rætt um nauðsyn þess að halda uppi umræðu um námskrár og hlut stærðfræðináms í almennri menntun.

Inngangur

Árið 1996 hófst undirbúningur aðalnámskrá fyrir grunnskóla og framhaldsskóla á vegum menntamálaráðuneytis. Þá hafði nefnd á vegum ráðuneytisins til að koma með tillögum um hvernig efla megi námsgreinina stærðfræði og stærðfræðiáhuga nemenda í skólakerfinu starfað um nokkurra ára skeið. Nefndin var undir forystu Reynis Axelssonar, en aðrir, er í henni sátu, voru: Hildigunnur Halldórsdóttir, Hörður Lárusson, Jónína Vala Kristinsdóttir, Kristín Halla Jónsdóttir, Pétur H. Blöndal, Sigríður Hlíðar og Sven Þ. Sigurðsson. Árið 1995 voru stofnaðir vinnuhópar til að vinna að námskrám fyrir grunnskóla og framhaldsskóla samkvæmt tillögum sem nefndin hafði gert. Nefndin og vinnuhóparnir höfðu unnið töluvert starf áður en kom til heildarendurskoðunar aðalnámskráa og nýttust verk þeirra innan þess ramma.

Vinnan við aðalnámskrár

Þegar starfið við aðalnámskrár hófst varð að ráði að framangreind átta manna nefnd hlyti stöðu forvinnuhóps sem hliðstæður yrði við forvinnuhópa annarra námsgreina. Jafnframt því voru skipaðir fag-

legir umsjónarmenn með hverjum námsgreinaflokki. Kristín Bjarnadóttir, sem leitt hafði störf vinnuhópa, var ráðin faglegur umsjónarmaður námskráa í stærðfræði í hlutastarfi. Forvinnuhópar störfuðu á árunum 1996-1997 en þá tóku við vinnuhópar sem unnu aðalnámskrá úr tillögum forvinnuhópanna á árunum 1997-1998. Vinnuhóparnir, sem settir voru á stofn 1995, runnu inn í það hlutverk. Faglegur umsjónarmaður sá síðan um lokafrágang. Í vinnuhópnum um námskrá fyrir framhaldsskóla sátu Birgir Guðjónsson, en Sigríður Hlíðar tók síðar sæti hans, Helga Björnsdóttir, Lárus H. Bjarnason og Ragnar Sigurðsson.

Yfir námskráargerðina var skipuð verkefnisstjórn. Hana skipuðu: Hrólfur Kjartansson, Hörður Lárusson og Stefán Baldursson. Verkefnisstjórnin ásamt faglegum umsjónarmönnum unnu upp meginlínur um snið námskránna.

Námskrárnar skyldu settar fram í **markmiðum** sem væru

✓ **skýr og samkvæmt stefnu**, þannig að allir skildu þau eins

- ✓ **mælanleg eða metanleg.** Líta skyldi á markmiðin sem opinber skilaboð um kennslu, ekki aðeins vegna prófa
- ✓ **nemendamiðuð.** Það sem kennari gerir í kennslustofunni er afleiðing af markmiðunum
- ✓ **góð viðmiðun** fyrir kennaramenntun, skólanámsskrá, foreldra, námsefnishöfunda og aðra sem skólustarf varðar.

Námskráin skyldi hafa þverfaglega nálgun sem hvíli á eftirfarandi þáttum:

- ✓ ábyrgð og siðviti
- ✓ tilgangi, þýðingu og hagnýtingu náms
- ✓ heildrænni sýn
- ✓ íslensku og tjáningu
- ✓ leik og ánægju í námi
- ✓ leit og gagnrýninni hugsun
- ✓ samstarfi
- ✓ sköpun, framtaki og áráðni
- ✓ upplýsingatækni, verkfæri í hverri námsgrein.

Þegar skoðað var álit forvinnuhópsins, sem að miklu leyti var unnið áður en markmið þessi voru sett fram, kom í ljós að flesta þessa áherslupætti var þar að finna.

Ennfremur setti verkefnisstjórn fram skipan bóknámsbrauta í framhaldsskólum. Meginhugsunin var að minnka umfang námsefnis kjarna brautanna um tæpan fjórðung eða 30 einingar og mynda þess í stað kjörsvið þar sem nemendur gætu valið saman áfanga í samræmi við áhugasvið og framtíðaráform. Í upphafi var þess vænst að námsgreinar yrðu skornar niður í hlutfalli við fyrra vægi. Sú varð ekki raunin heldur héldu móðurmál, erlend tungumál og íþróttir sínum fyrri hlut að mestu en aðrar greinar voru skornar þeim mun meira niður og stærðfræðin sýnu mest. Olli það miklum vonbrigðum í röðum stærðfræðinga og annarra sem töldu að fremur bæri að styrkja stöðu stærðfræðinnar í framhaldsskólum, til dæmis með hliðsjón af undanfarandi alþjóðlegri könnun er kennd var við TIMSS (The Third International Mathematics and Science Study) þar sem íslenskir skólanemendur hafa ekki komið vel út í samanburði við aðrar þjóðir sem búa við svipaðan hag. En við þessa ráðstöfun varð ekki ráðið.

Á móti kom að stærðfræði má velja á kjörsvið allra bóknámsbrauta. Ennfremur má velja allt að 12 af 30 einingum kjörsviða hvern brautar af kjörsviðum annarra brauta þannig að nemendur mála- og félags-

fræðabrauta geta valið stærðfræði og náttúrufræðigreinar í meira en helming kjörsviðs síns ef svo ber undir.

Stefnumið stærðfræðikennslu í skólum

Forvinnuhópurinn skilaði álit sínu í júní 1997. Hafði hann þá haft samráð um frágang álitins við faglegan umsjónarmann sem vann reglulega með vinnuhópum beggja skólastiga. Markmiðið með sameiginlegri forvinnuskýrslu og faglegum umsjónarmanni var að tryggja sem best samfellu í námskrám skólastiganna. Er óhætt að segja að það hafi tekist varðandi námskrárnar í stærðfræði. Raunar er sérstök áhersla lögð á það í forvinnuskýrslunni að námsefni skólastiga geti skarast þannig að nemendur á grunnskólastigi geti átt þess kost að taka námsefni framhaldsskólastigs.

Sameiginleg stefnumið beggja skólastiga eru þessi:

Með stærðfræðikennslu í skólum er stefnt að því að nemendur

- öðlist næga kunnáttu til að takast á við stærðfræðileg verkefni sem upp koma í daglegu lífi og geti notað stærðfræði við margskonar störf í þjóðfélaginu
- öðlist nægilega kunnáttu til að þeir geti stundað framhaldsnám í ýmsum greinum
- kynnist stærðfræði sem hluta af menningararfi og almennri menntun

til þess að svo megi verða þurfa nemendur að

- ✓ ná valdi á táknmáli stærðfræðinnar sem viðbót við venjulegt ritmál
- ✓ geta tjáð sig um aðferðir sínar og lausnir í töluðu máli og rituðu og vera læsir á texta sem felur í sér stærðfræðileg tákni og hugtök
- ✓ ná tókum á rökfastrí og gagnrýninni hugsun
- ✓ læra að takast á við margvísleg verkefni og þrautir og finna lausnir á þeim
- ✓ kynnast reiknitækjum sem hjálpartækjum við lausn stærðfræðilegra verkefna
- ✓ öðlast jákvætt viðhorf til stærðfræðinnar og kynnast skemmtigildi hennar

Skipan námskránna

Skipan námskránna er hliðstæð fyrir bæði skólastigin. Skipan aðalnámskrár í stærðfræði fyrir framhaldsskóla er þessi:

Inngangur**Nám og kennsla**

Námsþættir - aðferðir

Námsþættir - inntak

Kennsluhættir

Kennslugögn

Námsmat

Meginsjónarmið

Matsaðferðir

Námsmat í áföngum

Markmið

Stefnumið stærðfræði í skólum

Markmið námsbrauta

Markmið einstakra áfanga

Efni kaflanna varðandi nám og kennslu og námsmat er aðeins leiðbeinandi. Meginhugmyndin að baki námskráargerðarinnar er að markmiðin stýri því sem fram fer í kennslustofunni og það sé hlutverk skólastjórnenda, kennara og námsefnishöfunda að velja kennsluhætti, kennslugögn og námsmat á þann veg að markmiðin náist.

Vinnuhópar beggja skólastiga töldu þó að þetta tvennt yrði ekki með öllu aðskilið. Megin tillögur um breytingar, sem lagðar væru til í námskránum í stærðfræði, væru ekki um efnislegt inntak heldur skyldi lögð aukin áhersla á þá þætti sem felast í hinni þverfaglegu nálgun, þ.e. þáttum eins og tilgangi, þýðingu og hagnýtingu náms, bættri tjáningu, leit og gagnrýninni hugsun, samstarfi, sköpun og áræðni og hagnýtingu upplýsingatækni. Þessir þættir áttu skýran samhljómi í forvinnuhópsins. Hjá því yrði því ekki komist að ræða nokkuð kennsluhætti og kennslugögn.

Kennsluhættir og kennslugögn

Ekki er gert ráð fyrir neinni gjörbreytingu kennsluhátta en minnt á að árangursríkt geti verið að brjóta kennslu upp með hópvinnu, verkefnavinnu og þverfaglegu samstarfi þótt bekkjarkennsla og einstaklingsvinna eigi áfram sinn sess í reglulegri kennslu. Verkefnavinnu hefur ekki verið gert hátt undir höfði í stærðfræðikennslu í framhaldsskóla, trúlega vegna mikillar yfirferðar námsefnis þar sem mestu þarf að koma til skila á sem skemmstum tíma. Sumir þættir námsefnisins, s.s. sögulegar athuganir, áhugaverðar lausnir á þrautum og fallegar sannanir geta þó vel hentað til samvinnuverkefna um heimildavinnu sem kynna mætti í ritgerðum, fyrirlestrum eða pistlum á

heimasíðu eða jafnvel á myndbandi. Gildi þess er ekki síst fólgið í þeim tjáskiptum sem nemendur þurfa að eiga til að skerpa skilning sinn og koma hugsun sinni á framfæri.

Ennfremur er minnt á myndmiðla sem verða æ aðgengilegri í stærðfræðikennslu, s.s. grafísk reiknitæki, myndbönd, tölvuforrit og töflureikna auk veraldarvefsins sem geymir marga áhugaverð og aðgengilegt efni fyrir framhaldsskólanema.

Námsmat

Lögð er áhersla á að stærðfræðikennsla er ekki síður um aðferðir, þ.e. þjálfun röksemdafærslu, tjáningar og framsetningar og þrautalausna, en um inntak. Aðferðir við námsmat þurfa að taka mið af þessu. Ritgerðir, fyrirlestrar nemenda, skýrslur, viðtöl og munnleg próf geta hentað betur til að meta árangur þjálfunar í æskilegum vinnubrögðum heldur en hefðbundin skrifleg próf. Skrifleg próf eiga áfram sinn sess, sérstaklega til að prófa afmarkaða þekkingarþætti en einnig þau geta verið með mismunandi hætti: stutt próf, afmörkuð í tíma, og einnig lengri próf í formi stærri verkefna sem nemandinn gæti t.d. tekið heima.

Markmið námsbrauta í framhaldsskólum

Andi námskrárinna er að markmið einstakra námsgreina falli að markmiðum einstakra námsbrauta í framhaldsskólum. Af þeim sökum eru námsmarkmið stærðfræði á náttúrufræðibraut ítarlegri og gera meiri kröfur en markmiðin á öðrum brautum.

Samandregin lokamarkmið stærðfræði í kjarna náttúrufræðibrautar eru að nemandi

- ná tökum á stærðfræðilegri hugsun og öðlist
 - ✓ góða færni í að nota tákni stærðfræðinnar
 - ✓ skilning á notkun stærðfræðilegra hugtaka
 - ✓ þjálfun í röksemdafærslu
 - ✓ æfingu í að leysa stærðfræðilegar þrautir
- tileinki sér almenna reikningsfærni og öðlist
 - ✓ góðan skilning á talnakerfinu og aðgerðum innan þess
 - ✓ góða undirstöðu í algebru og hnitarrúmfræði
 - ✓ færni í athugunum á föllum og deildareikningi
 - ✓ færni í notkun reiknitækja
- átti sig á þætti stærðfræðinnar í almennri menningu og kynnist
 - ✓ sögu hennar og hlutverki sem fræðigreinar
 - ✓ hlutverki hennar í samfélaginu

- ✓ skemmtigildi hennar.

Markmið náms á kjörsviði náttúrufræðibrautar eru að nemandi

- dýpki skilning sinn á stærðfræðilegum hugtökum og aðferðum
 - ✓ geti sett fram skilgreiningar, reglur og sannanir á formlegan hátt
 - ✓ skilji stærðfræðilega röksemdafærslu nógu vel til að geta metið hvenær búið er að leiða út lausn verkefnis eða sanna fullyrðingu
 - ✓ kunni helstu reikniaðferðir, geti greint hvaða aðferðir eiga best við hverju sinni og geti leyst verkefni þar sem nota þarf ólíkar aðferðir samtímis eða hverja á eftir annarri
- iðki stærðfræði sem þátt í almennri lífsleikni
 - ✓ nýti hana til að taka ákvarðanir
 - ✓ temji sér gagnrýna en um leið skapandi hugsun.

Markmiðin á öðrum bóknámsbrautum fjalla um sömu þætti en gera minni kröfur enda um mun minna náms efni um að ræða. Þó má nefna að hið síðara markmið kjörsviðsins, að nemandi iðki stærðfræði sem þátt í almennri lífsleikni, þ.e. nýti sér hana til að taka ákvarðanir og temji sér gagnrýna en um leið skapandi hugsun, eru hin sömu fyrir allar brautir.

Skipan stærðfræðináms í framhaldsskólum

Verkefnisstjórn ákvað skiptingu námsbrauta í námsgreinar í samræmi við heildarskipan námsbrauta. Bóknámsbrautir eru þrjár og skiptast þær í kjarna og kjörsvið. Aðrar námsbrautir eru listnámsbraut sem einnig var skipulögð af verkefnisstjórn, starfsnámsbrautir, sem starfsgreinaráð skipa niður í samræmi við markmið brautanna, og almenn námsbraut sem hver einstakur framhaldsskóli getur skipulagt.

Í raun varð því hlutverk vinnuhópsins um námskrá í stærðfræði í framhaldsskóla að velja efnisþætti og setja fram markmið áfanga einungis fyrir bóknámsbrautir. Þar sem vinnuhóparnir höfðu tekið til starfa áður en heildarskipan námskráa var mótuð hafði verið lögð töluverð vinna í að setja fram markmið og velja efnisþætti fyrir ólíkar starfsnámsbrautir. Síðar kom í ljós að það yrði ekki hlutverk vinnuhópsins heldur starfsgreinaráða og nýttist sú vinna því ekki beinlínis. Hins vegar kusu starfsgreinaráðin að nota á starfsnámsbrautirnar þá áfanga, sem skilgreindir höfðu verið fyrir bóknámsbrautirnar.

Skipan áfanga varð eins og hér greinir, (strikin tákna áfangaraðir):

- Náttúrufræðibraut:
 - ✓ Í kjarna: STÆ 103 - 203 - 303 - 403 - 503
 - ✓ Á kjörsviði: STÆ 313, 513, 523 og 603 - 703
- Aðrar bóknámsbrautir:
 - ✓ Í kjarna: STÆ 103 - 263
 - ✓ Á kjörsviði: STÆ 313 - 413, 363 - 463 og áfangarnir 303 - 403 - 503 að því tilskildu að nemandinn taki STÆ 203 í stað 263 í kjarna
- Listnámsbraut:
 - ✓ Í kjarna: STÆ 103.

Innihald áfanganna er eftirfarandi:

Náttúrufræðibraut:

Í kjarna:

- 103 Jöfnur, rúmfræði og hlutföll
- 203 Algebra og föll
- 303 Hornaföll, vigrar og talningarfræði
- 403 Föll, markgildi og deildun
- 503 Heildun, runur og raðir

Á kjörsviði:

- 313 Tölfræði og líkindareikningur I
- 513 Strjál stærðfræði
- 523 Rúmfræði
- 603 Yfirlitsáfangi
- 703 Stærðfræðigreining

Félagsfræða- og málabrautir

Í kjarna:

- 103 Jöfnur, rúmfræði og hlutföll
- 263 Algebra, föll og talningarfræði

Á kjörsviði:

- 313 Tölfræði og líkindareikningur I
- 413 Tölfræði og líkindareikningur II
- 363 Föll og deildun
- 463 Rúmfræði og heildun
- ásamt áföngum náttúrufræðibrautar.

Varðandi skiptingu annars áfanga í STÆ 203 og 263 var það sjónarmið vinnuhópsins að þar skyldu koma fram mismunandi markmið námsbrautanna. Í áfanganum STÆ 203 eru undirstöðuatriði stærðfræðinnar tekin fastari tókum en á öðrum bóknámsbrautum enda er hann er undirbúningsáfangi fyrir þá

áfanga sem eru í kjarna brautarinnar samkvæmt markmiði hennar. Á hinn bóginn má gera ráð fyrir að STÆ 263 sé lokaáfangi margra nemenda. Í honum er fremur lögð áhersla á hagnýtingu þeirrar stærðfræði sem nemandinn hefur þegar kynnst, m.a. með meiri áherslu á grafíska lausn hagnýtra dæma með reiknitækjum, og á talningarfræði sem nemendur hafa fengið nokkur kynni af í grunnskóla.

Einstakar áfangalýsingar

Að efni til eru einstakar áfangalýsingar ekki mjög frábrugðnar þeim sem birtar voru í námskrá fyrir framhaldsskóla árið 1989. Meginmunurinn er aukin áhersla á þjálfun í vinnubrögðum. Í flestum áfanganna er gert ráð fyrir a.m.k. einu samvinnuverkefni nemenda. Í einstaka áföngum er gert ráð fyrir að loka-verkefni geti komið í stað lokaprófs að hluta eða öllu leyti.

Hér skulu nefndir tveir áfangar með breyttu og eða nýju innihaldi. Eru það áfangarnir STÆ 463, rúmfræði og heildun, lokaáfangi á kjörsviðum félagsfræða- og málabrauta, þar sem innihald er breytt frá fyrri áfangalýsingu og STÆ 513, strjál stærðfræði, þar sem saman er komið innihald sem er að hluta til gamalt en hefur vikið fyrir fallafræði á síðustu öld, og að hluta til nýtt efni, s.s. töluverð umfjöllun um talningarfræði og reiknirit.

STÆ 463 - Rúmfræði og heildun

Áfangalýsing

Efni áfangans er um ýmsa þætti flatarmyndafraði, heildun og hagnýtingu hennar og lausnir verkefna og þrauta á sviði flatarmynda- og rúmfræði. Áhersla er lögð á verkefnavinnu og að nemendur kynnist því hvernig stærðfræði tengist rúmfræðilegri skynjun. Auk stuttra æfinga vinna nemendur verkefni, einir eða í samvinnu við aðra, um efni tengt inntaki áfangans. Verkefni eru leyst með reiknitækjum þar sem þeim verður við komið.

Efnisatriði

Heildun sem andhverfa deildunar og tengsl hennar við flatarmál. Rúmfræðilegar færslur, þrívíð rúmshyggja og fjarvídd. Stækkun, smækkun og ýmis hlutföll, m.a. í listum. Nokkrar klassískar sannanir.

Markmið (samandregin)

Nemandi

- þekki til **heildunar og hagnýtingar hennar**, geti komið hagnýtum verkefnum um **flatarmál undir ferli** í stærðfræðilegan búning og þekki til **sögu-legrar þróunar** heildareiknings, t.d. hugmynda Arkimedesar
- kannist við rúmfræðilegar færslur, s.s. **speglun, snúning og hliðrun** og samskeytingar þeirra, s.s. **rennispeglun**, og geti notað þær til að leysa rúmfræðileg verkefni
- hafi fengist við verkefni sem fela í sér **rúmshyggju og rúmfræðileg hlutföll**, s.s. **fjarvídd**, t.d. í myndlist, **stækkun og smækkun** og aflestur af vinnuteikningum og landabréfum og reiknað fjarlægðir eftir þeim
- hafi unnið að stærðfræðilegum verkefnum um **menningarsöguleg efni**, t.d. um **gullinsniðshlutfallið, þátt hlutfalla í listum**, s.s. myndlist eða tónlist, kynnst ólíkum útfærslum á klassískum sönnunum í rúmfræði, s.s. Pýþagórasarreglu, unnið verkefnavinnu í rúmfræði og unnið heimildaverkefni um tengsl stærðfræði og myndlistar og byggingarlistar
- öðlist **jákvætt viðhorf til stærðfræðinnar**, geri sér grein fyrir **nytsemi hennar og mikilvægi** fyrir samfélag manna, hafi öðlast **sjálfstraust** til að takast á við lausn stærðfræðilegra verkefna og kynnst **ánægju** af að fást við stærðfræðileg verkefni.

Námsmat

Byggist á

- verkefnum sem nemendur vinna í kennslustundum og utan þeirra og frammistöðu í kennslustundum
- skriflegu prófi eða lokaverkefni, þar sem reynir á þekkingu á efnisatriðum, færni í beitingu stærðfræðilegrar tækni, beitingu reiknitækja, skýra framsetningu, röksemdafærslu, skilning á röklegu samhengi og færni í að leysa verkefni.

STÆ 513 Strjál stærðfræði

Áfangalýsing: Efnissvið áfangans eru mengjafræði, rökfræði, talningarfræði, reiknirit og talna-

fræði. Náttúrlegar tölur eru sameiginleg viðfangsefni þessara sviða. Allt efni áfangans er undirstaða undir tölvunarfræði en einnig aðra stærðfræði. Auk dæma-reiknings skulu nemendur skila a.m.k. einu samvinnuverkefni eða stuttri ritgerð um valda þætti í námsefniinu eða tengdu efni.

Efnisatriði: Mengi, vensl, varpanir og helstu hugtök varðandi þessi atriði. Talningarfræði. Rökreglur, mót-dæmi, rakning, þrepun. Reiknirit. Raðir, mismunar-öð, jafnhlutfallaröð. Deilanleiki talna og frumtölur. Sætiskerfi með öðrum grunntölum en 10. Leifaflokkar og aðgerðir með leifaflokkum.

Markmið - dæmi: Nemandi þekki undirstöðuhugtök talnafræðinnar, nánar tiltekið

- þekki og skilji **frumþáttunarsetninguna**, geri greinarmun á tilvist frumþáttunar og ótvíræðni frumþáttunar og kunni að nota sér þessa þekkingu í einföldum dæmum
- þekki hugtökin **stærsta samdeili og minnsta samfeldi**
- kunni **reiknirit Evklíðs** til að finna stærsta samdeili
- geti fundið heiltölulausnir línulegrar jöfnu með tveimur óþekktum stærðum með því að nota **reiknirit Evklíðs afturábak**
- geti umritað tölur, bæði heilar tölur og brot, í **talnakerfi með annarri grunntölu en 10**, einkum grunntölunni 2, og reiknað með þeim og átti sig á að endanlegt tugabrot í tugakerfi þarf ekki endilega að vera endanlegt brot í tvíundakerfi
- hafi kynnst **reikningi í endanlegu mengi leifa-flokka**.

Helstu álitamál

Skipting grunnáfanga

Ein af frumforsendum þeim sem lagt var upp með í námskrárgerðinni var að nemendum sem hygðu á áframhaldandi nám í stærðfræði skyldi kennt um formlegar undirstöður stærðfræðinnar í fyrstu tveimur grunnaáföngunum í framhaldsskólum. Er þar átt við innleiðslu afleiðslukerfis, undirstöðuhugmyndir um rauntölur og þéttleika talnalínunnar og þjálfun í rök-leiðslu. Aðrir nemendur skyldu að vísu einnig kynnst þessum þáttum en þjálfunin vera minni og tíminn notaður til að kynna aðra þætti stærðfræðinnar sem meir tengdust almennri umræðu í þjóðfélaginu, s.s. talning-arfræði.

Vinnuhópurinn var sammála um að klassísk rúm-fræði væri hentugt upphafsefni. Ef rifjaðar væru upp jöfnur og einföld algebra mætti kenna rúmfræðina á öllum námsbrautum. Innihald áfangans STÆ 103 er því jöfnur, rúmfræði og hlutföll. Í framhaldinu þegar kæmi að rauntölum og meiri algebru væri hins vegar þörf á skiptingu. Var því ákveðið að greina á milli áfangans STÆ 203 fyrir náttúrufræðibraut og STÆ 263 fyrir aðrar bóknámsbrautir þar sem minni áhersla er lögð á algebru en nokkur tími ætlaður til talningar-fræði.

Nemendur sem hyggja á framhaldsnám í stærð-fræðitengdum greinum og náttúruvísindum stunda nám á náttúrufræðibraut. Samkvæmt inntökureglum á náttúrufræðibraut í framhaldsskóla, sem menntamála-ráðuneytið setur, þarf meðaltalseinkunn samræmds prófs og skólaeinkunnar í stærðfræði að vera að lágmarki 6,0 og einkunn á samræmdu prófi að vera a.m.k. 5,0.

Um árabíl hafa margir framhaldsskólar skipt kennslu í stærðfræði eftir einkunnum á grunnskóla-prófi. Hefur þá verið miðað við meðaltalseinkunnina 7 til þess að takast á við það sem nefnt er venjuleg yfirferð en nemendur með einkunn á bilinu 4,5-6,5 hafa farið í svonefnda hægferð. Þeir hafa fengið 50% lengri tíma til að taka sama námsefni. Nemandur með lægri einkunn hafa farið í fornámsáfanga. Reynslan hefur verið sú að mun meira fall hefur verið í hægferðaráföngum jafnvel þótt þeir nemendur hafi fengið meiri tíma.

Margir nemendur sem hafa hlotið einkunnina 7 eða hærri kjósa aðrar brautir en náttúrufræðibraut og einnig er ekki loku fyrir það skotið að nemendur með einkunn á bilinu 6-7 kjósi náttúrufræðibraut. Skiptar skoðanir hafa því verið um kennslu áfangans STÆ 263. Haldi menn sig við framangreinda skiptingu í hægferð og venjulega yfirferð, sem hefur reynst vel, þá fellur hún ekki saman við brautaskiptinguna, en fæstir skólar eiga kost á að skipta nemendum í fleiri hópa eftir brautum og getu. Ekki er víst að markmið um skiptingu kennslu í stærðfræði eftir markmiðum brautar náist í öllum skólum. Væri þó sannarlega óskandi að hver nemandi ætti kost á að kynnst þeim hliðum stærðfræðinnar sem honum yrðu haldbestar í námi og starfi.

Röðun efnis í áfanga

Áður hefur verið rætt um innihald fyrstu sex eininganna í framhaldsskóla. Niðurröðun næstu níu eininga í kjarna á náttúrufræðibraut varð einnig áhyggjuefni. Þegar efninu er skipt skýrt milli áfanga eins og gert var í námskránni er hætt við að skammtarnir af hverjum námsþætti verði fullstórir. Ef til vill er reyndin sú í STÆ 303 þar sem fjallað er um hornaföll, vígra og talningarfræði og STÆ 503 þar sem fjallað er um heildun. Flestar kennslubækur frá Bretlandi og Norðurlöndunum taka tiltölulega stutta búta nokkurra efnisþátta og flétta þeim saman í einum áfanga eða á einu námstímabili. Komið er aftur að hverjum þætti í síðari áföngum og nýjum atriðum bætt við. Hugsanlegt er að endurskoða þurfi skiptingu efnisþátta milli STÆ 303, 403 og 503 með slíka nálgun í huga þegar reynsla er komin á kennslu þeirra. Almennit gildir að heildin STÆ 103 til 503 inniheldur það efni sem ríkjandi hefur verið á náttúrufræðibraut og er að finna í námskrá nágrannalöndanna. Er eðlilegt að raska því ekki að ráði með hliðsjón af möguleikum á áframhaldandi námi hér á landi og annars staðar þar til önnur rök koma fram.

Þessu efni er þó atlaður nokkuð skemmri tími en áður. Kemur þar tvennt til. Ófært þótti annað en að gefa nemendum nasasjón af þeim efnisþáttum öllum sem settir eru fram í kjarna brautarinnar. Kjörsviðið yrði síðan nýtt til dýpkunar, sérstaklega áfanginn STÆ 603. Hitt vó einnig nokkuð í röksemdum verkefnisstjórnar að tími til stærðfræðináms var aukinn í grunnskóla. Með einkunnatakamörkunum inn á bóknámsbrautir mætti gera ráð fyrir betri undirstöðukunnáttu og meiri hluta tímans á fyrsta námsári mætti nýta til þess að kenna nýtt efni en áður var.

Í framhaldi af þessum hugleiðingum má minna á að framhaldsnám hefur breyst mikið á síðari hluta tuttugustu aldar og mun að öllum líkindum halda áfram að breytast. Mun meira framboð er af stærðfræðistuddu námi, s.s. rekstrarfræði, viðskiptafræði og hagfræði auk margvíslegra rannsókna í náttúruvísindum og félagsvísindum. Þá ber að nefna tölvunarfræðináms og nám sem stutt er þekkingu á tölvum og forritum.

Á þessum sviðum og mörgum öðrum er þörf á annars konar stærðfræði en mest hefur verið kennd. Deildunar- og heildunarreikningur hefur verið kenndur með fræðigreinar í huga sem grundvallast á eðlisfræði s.s. verkfræði, og raunar einnig öðrum grein-

um. Undirstöðustærðfræði tölvunarfræðinnar er hins vegar ekki síður að finna í strjálri stærðfræði. Henni hefur verið fremur lítil gaumur gefinn á framhaldsskólástigi til þessa. Áfanginn STÆ 513 er tilraun til að bæta úr því. Þá styðjast rannsóknir í félagsvísindum og náttúruvísindum æ meir við tölfræði og líkindareikning sem fá aukinn sess í námskránni með áföngunum STÆ 313 og 413. STÆ 413 er fremur opinn áfangi þar sem kostur er á að velja ýmsa námsþætti til verkefnavinnu. Hugsanlegt er að skilgreina þurfi þann áfanga nánar.

Grafískir vasareiknar / tölvuforrit

Tækni hefur mikið fleygt fram síðan síðasta námskrá fyrir framhaldsskóla var rituð á árunum 1987-1989. Nú á hver nemandi kost á að eignast vasareikna þar sem teikna má gröf einfaldra raunfalla í tvívíðu hnitakerfi. Það var stefnan í námskrárvinnunni að tekið yrði mið af því í kennslunni og er minnt á það í flestum áfangalýsingum. Mikið verk er samt óunnið í þá veru að þessi námsgögn verði eðlilegur þáttur í náminu og vantar þá fyrst og fremst heppileg verkefni sem stuðla að dýpkun skilnings sem næðist á skemmri tíma en þarf til að teikna gröfin í höndunum.

Verkefnavinna

Víða er komið inn á verkefnavinnu í áfangalýsingum en hvergi eru bein fyrir mæli um hvaða viðfangsefni skuli tekin þannig tókum. Án efa mun það taka tíma að sannfæra kennara um ágæti slíkra vinnubragða. Yfirferðin yfir námsefnið þarf að vera hröð, efnið er mikið og torskilið og menn telja vart tíma til annars en að fara í texta og dæmi á hefðbundinn hátt.

Verkefnavinna, t.d. um þrautalausnir eða söguleg efni, getur þó verið kærkomin tilbreyting í stífri yfirferð og ræktað aðrar hliðar námsatferlis nemandans. Hún getur stuðlað að rökhusun fremur en vanangangi og frumkvæði fremur en framtaksskorti. Annar megingilgangur þessa námsþátta er að skapa nemendum aðstæður til tjáskipta um stærðfræði og fá þá til að tjá sig skipulega um hugsanir sínar, hvort sem þeir þurfa að koma hugmyndum sínum á framfæri við kennara sína eða samnemendur eða gera grein fyrir niðurstöðum sínum.

Málsvörn stærðfræðináms

Hinn mikli niðurskurður sem varð á stærðfræði í framhaldsskólum með tilkomu nýrrar námskrár hefur orðið til þess að stærðfræðingar standa frammi fyrir áleitinni kröfu um að rökstyðja tilganginn með kennslu í stærðfræði, setja fram rök fyrir því að verja umtalsverðum fjármunum til kennslu á námsgrein sem mörgum þykir í besta falli tilgangslaus og samhengislaus við tilveruna og í versta falli hrein kvöl.

Greinargóð forvinnuskýrsla og ítarlegar markmiðssetningar nægðu ekki til að sannfæra nógu marga um gildi stærðfræðimenntunar fyrir aðra en fáa útvalda að þessu sinni. Margir innan raða stærðfræðinga eru einnig þeirrar skoðunar að stærðfræðin sé einungis fyrir fáa. Aðrir telja að æ fleiri þættir samfélagsins hvíli á stærðfræðilegum forsendum. Nauðsynlegt sé því að sem flestir hljóti stærðfræðilega þjálfun til að geta tekið upplýsta og gagnrýna afstöðu til þeirra mála sem efst eru á baugi í þjóðfélaginu. Með slíka menntun í huga beri að kynna fyrir sem flestum tengsl stærðfræðinnar við þjóðfélagslega þætti. Þá megi ekki gera ráð fyrir að hver og einn átti sig á þessum tengslum af sjálfsdáðum heldur beri að miða námsefni og kennsluhætti við að varpa ljósi á þau.

Í námskránni er bent á nauðsyn þessa. Mikið verk er óunnið við gerð námsefnis sem tekur mið af því. Safna þarf upplýsingum og verkefnum um mörg og ólík tækni- og fræðasvið ef námsefnið á að verða sannfærandi og falla ekki í gildrur skáldaðra dæma sem hafa þann tilgang einan að æfa tiltekna reglu en ekki að lýsa raunverulegum málefnum eða skýra þau.

Lokaorð

Námskrárgerð verður ekki lokið í eitt skipti fyrir öll. Líklegt er að aðalnámskrár bæði grunnskóla og framhaldsskóla verði endurskoðaðar fyrir en síðar. Þá skiptir máli að íslenskir stærðfræðingar láti gerð þeirra til sín taka, t.d. á vettvangi Íslenska stærðfræðafélagsins. Að námskrárgerðinni og upplýstri gagnrýni á hana þyrftu að koma ekki einungis þeir sem fást við kennslu eða rannsóknir í stærðfræði heldur breiður hópur fólks sem fæst við stærðfræðitengd störf svo að benda megi á raunhæfa skírskotun til hagnýtingar stærðfræði á sem fjölbreyttustum sviðum.

Ennfremur þarf að halda fram hlut stærðfræði í almennri menntun og gildi þess að almenningur geti tekið sjálfstæða og gagnrýna afstöðu til málefna. Til þeirra nota ber að rækta áráðni og traust á eigin mati í

stærðfræðilegu uppeldi samhliða staðgóðri þekkingu á grundvallaratriðum.

Summary: In 1996 - 1999 national curricula were written for all school subjects in primary and secondary schools in Iceland. Previously a committee had been appointed to prepare proposals about how to further the school subject mathematics and pupils' interests in mathematics. Work groups for each school level, primary and lower secondary level on one hand and upper secondary level on the other hand, elaborated further on the proposals from the committee and completed their task in 1999. That same year the new national curricula were adopted as regulations.

The two documents have common aims while the objectives differ according to different requirements and topics at the two school levels. In the article the overall aims for the natural science line are introduced as an example, as are the objectives for a couple of courses.

Finally, the main controversial issues are discussed, such as the border between the syllabuses for the natural science line and other lines, the arrangement of topics into courses, the use of electronic devices, work-shop activities and mathematics education for all. Furthermore, the necessity of an ongoing discussion about curricula and the contribution of mathematics to general education is justified.

Um höfundinn: Kristín Bjarnadóttir lauk BA-prófi í eðlisfræði og stærðfræði frá Háskóla Íslands árið 1968, prófi í uppeldis- og kennslufræði frá sama skóla árið 1971 og MSc prófi frá University of Oregon árið 1983. Hún stundar nú doktorsnám í stærðfræðimenntun við Háskólann í Hróarskeldu í Danmörku með sögu stærðfræðimenntunar sem sérsvið. Kristín hefur kennt stærðfræði og eðlisfræði við unglingastig grunnskóla og í framhaldsskóla um árabil og var áfangastjóri við Fjölbautaskólann í Garðabæ 1985–2003. Hún hefur ritað námsefni í stærðfræði fyrir grunnskóla og kennslubók í strjálri stærðfræði fyrir framhaldsskóla. Kristín var einnig ritstjóri aðalnámskráa í stærðfræði fyrir grunnskóla og framhaldsskóla sem gefnar voru út árið 1999. Hún starfar nú sem lektor í stærðfræðimenntun við Kennaraháskóla Íslands.

Kennaraháskóli Íslands
v/Stakkahlíð
IS-105 Reykjavík
krisbj@khi.is.

Móttekin: 15. júní 2002